

TD semaine S3 - S4.

**La puissance moyenne des signaux périodiques $x_T(t)$ notée $\langle Px(1\Omega) \rangle$.
Spectre de puissance des signaux périodiques $x_T(t)$.
Spectre bilatéral de puissance.**

La fréquence fondamentale est notée $F = 1/T$, la pulsation $\Omega = 2\pi F$.

1 On s'intéresse à la **tension périodique** $x_T(t)$, à sa valeur moyenne $\langle x \rangle$, à sa valeur efficace x_{eff} et à son carré x_{eff}^2 , qui est la **puissance moyenne sur 1Ω** , notée $\langle Px(1\Omega) \rangle$.
On réfléchira avec intérêt sur le sens physique de la relation :

$$x_{\text{eff}}^2 = \langle Px(1\Omega) \rangle = \langle x^2 \rangle + [x - \langle x \rangle]_{\text{eff}}^2$$

On y voit la contribution de la moyenne et de la partie variable de $x_T(t)$.

Reprenons l'exemple du signal porte périodique (TD S1), **mais antipolaire** $+A -A$.

Ce pourrait être le transport du préambule binaire 011110111101111....., mis au format V28 (RS232) en vue de la transmission série synchrone sur petite distance à 9600 Bauds.

Calculer $\langle x \rangle$ puis x_{eff}^2

Calculer de manière simple la valeur efficace de la partie variable $[x - \langle x \rangle]_{\text{eff}}$.

(Cas particulier intéressant $\tau/T = 0,5$).

2 Dessiner le spectre d'amplitude des composantes de $x_T(t)$, sans calculs, en vous servant de A , T et τ . Graduer en fréquence, faites apparaître l'enveloppe.

(τ devient T_b). Quelle est l'occupation spectrale en bande de base de ce préambule.

3 Exprimer la puissance moyenne sur un ohm de chacune des composantes de $x_T(t)$.

Comparer la puissance du fondamental à la puissance totale.

Faites de même pour deux, puis trois, etc. composantes.

Dessiner le spectre de puissance des composantes de $x_T(t)$.

Rappeler l'égalité de Parseval. Vos comparaisons vont-elle dans le sens de Parseval ?

Quel est le pourcentage de puissance totale transmise dans la bande de base.

4 Rappels sur les complexes.

On passe maintenant à la **représentation exponentielle complexe de fonction sinusoïdale du temps**. (forme $\rho e^{j\phi}$)

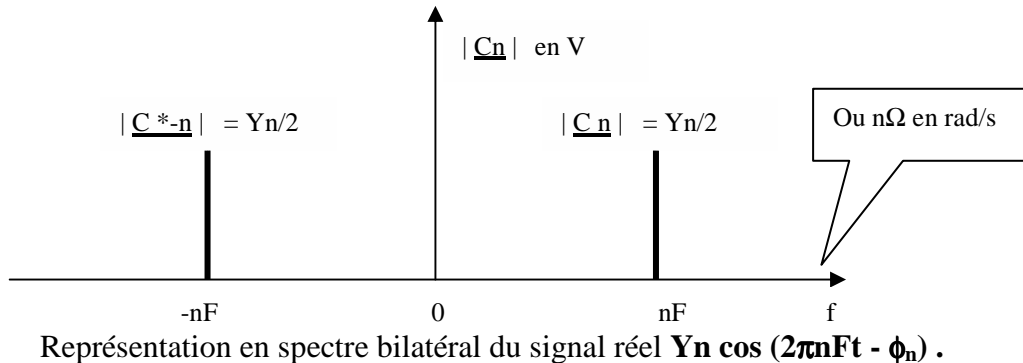
Mais auparavant, on fera une révision des formes d'écriture des grandeurs complexes pour reprendre un peu d'aisance avec :

Forme algébrique $\underline{z} = a+jb$, représentation géométrique du point $M(a,b)$ image de \underline{z} ,

représentation trigonométrique $[\rho, \theta]$, forme exponentielle complexe $\rho e^{j\theta}$.

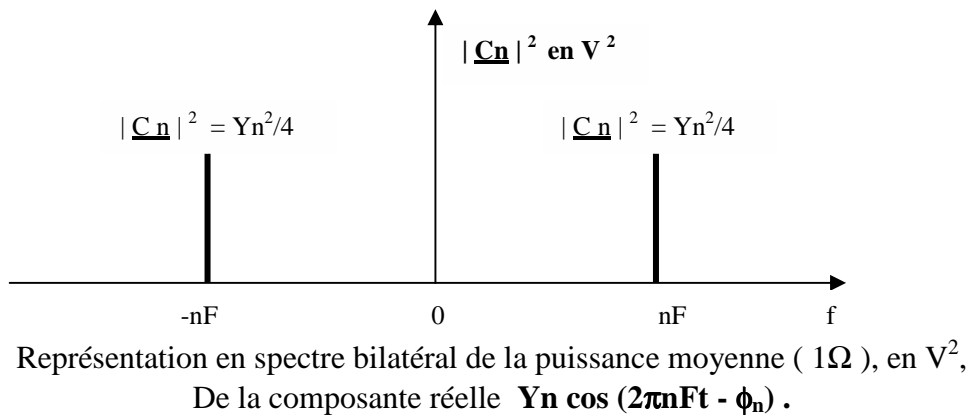
La forme exponentielle complexe, $\rho e^{j\theta}$, sera très utile tout au long de l'année pour décrire les fonctions sinusoïdales. Son existence est liée aux règles multiplicatives des complexes, qui entraîne l'addition des arguments comme pour les exposants.

5 On reprend les expressions de la décomposition de Fourier du signal $x_T(t)$, que l'on écrit sous forme exponentielle complexe : Chaque composante $Y_n \cos(2\pi n F t - \phi_n)$, est maintenant représentée par un couple indissociable de composantes exponentielles complexes conjuguées, l'une tournant à nF tours/s, et l'autre à $-nF$ tours/s.



Dessiner la nouvelle **représentation étendue ou bilatérale** du spectre, en Volts, du signal NRZ, $x_T(t)$ défini en 1. On fera apparaître l'enveloppe et les valeurs caractéristiques de fréquence. On notera la parité de l'enveloppe.

6 Exprimer la relation décrivant la puissance moyenne de la composante $Y_n \cos(2\pi n F t - \phi_n)$, dans la nouvelle représentation bilatérale.



Dessiner le spectre bilatéral de la puissance moyenne (1Ω), en V^2 , du signal NRZ, $x_T(t)$ défini en 1. Quelle est l'occupation spectrale en BDB du binaire codé en NRZ ? On fera apparaître l'enveloppe et les valeurs caractéristiques de fréquence. On notera la parité de l'enveloppe.

7 Que devient l'égalité de Parseval dans la nouvelle représentation ? On notera les différentes expressions associées aux signaux périodiques à puissance finie.

$$\mathbf{X}_{T_{\text{eff}}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{X}_T(\mathbf{t})^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\mathbf{C}_n|^2 = \langle P(1\Omega) \rangle = A_0^2 + \frac{1}{2} \sum_1^{\infty} Y_n^2 \quad \text{avec } |\mathbf{C}_n| = Y_n / 2$$

Après ce Td nous passerons aux signaux non périodique avec T vers l'infini : $\mathbf{S}_{xx}(f) = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{|\mathbf{C}_n|^2}{\Delta F}$ en V^2/Hz