

Cours d'Électronique du Tronc Commun S3.

Chapitre 7 :

Les modulations à efficacité spectrale élevée. Ou modulations dites "MAQ_M".

7-1 Les domaines d'utilisation des modulations à grande efficacité spectrale.

Traduisons l'abréviation MAQ-M : **Modulation d'Amplitude sans porteuse (MAPS) de deux porteuses en Quadrature à M états.**
(M états ou symboles de valence M).

Elles sont essentiellement utilisées en transmission numérique à grand débit dans tous les cas ou l'on doit économiser en largeur de canal (occupation spectrale du canal : OS Canal).

L'objectif essentiel est d'assurer un débit binaire maximum dans une bande passante donnée.

On définit leur **efficacité spectrale ou débit spécifique** par le débit binaire passant dans un hertz de bande. La bande de fréquence occupée étant chiffrée par l'Occupation Spectrale du Canal centré sur la fréquence porteuse f_p , dite OS Canal.

L'efficacité spectrale ou débit spécifique est donc : $Dspé = Db / OS \text{ Canal}$ en bits/s/Hz

Citons des exemples classiques :

Les transmissions par modem sur ligne téléphonique, sauf les modems qui utilisent la modulation de fréquence en binaire (FSK-2) comme V21, V23, Bell 103 etc.

La télévision par satellite en numérique (QPSK ou MAQ_4).

La télévision "câblée" urbaine (MAQ-16,MAQ_256).

Les deux sens de transfert de ADSL.(Asymetric Digital Subscriber Line).

Les réseaux WLAN (norme 802.11).

La télévision numérique terrestre TNT.

Certain réseaux de téléphonie mobile dans le monde.

Etc. liste non exhaustive !

Une précision de langage tout d'abord : les MAQ_M sont des modulations de phase et d'amplitude dont l'expression temporelle est:

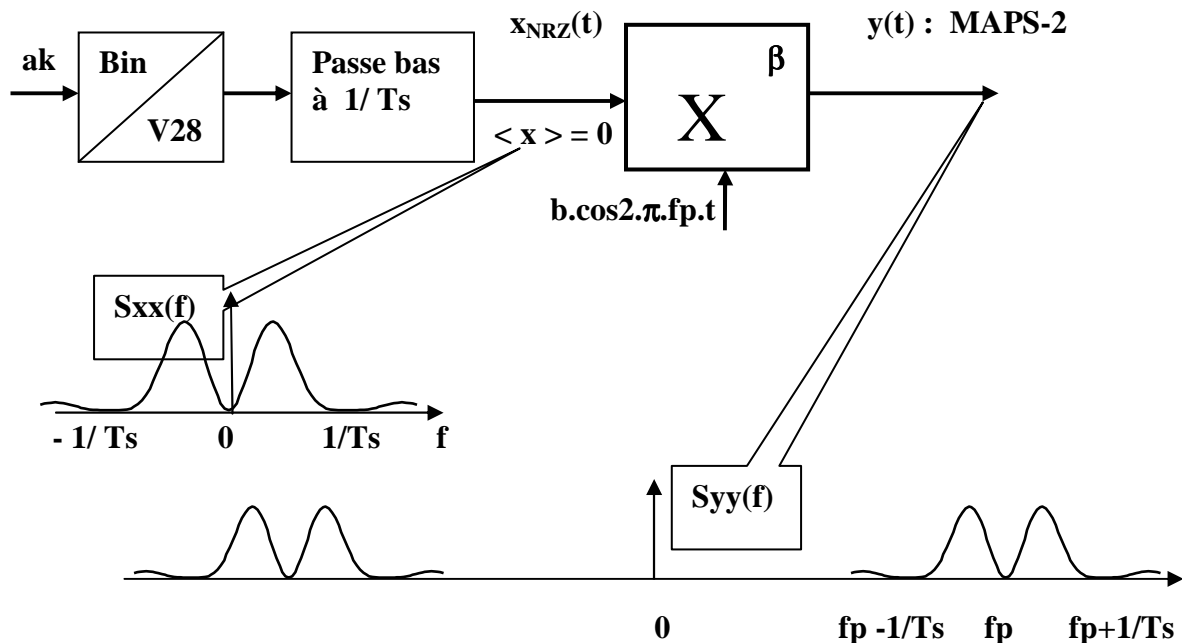
MAQ_M : $a(t) \cdot \cos [2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t + \Phi(t)]$, l'information à transporter étant associée à la phase $\Phi(t)$ et à l'amplitude $a(t)$.

Par conséquent elles englobent les MDP-M : $a \cdot \cos [2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t + \Phi(t)]$ où seule la phase porte l'information.

7-2 Principe de base de toutes les modulations MDP ou MAQ.

Toutes ces modulations "efficaces" utilisent le principe déjà vu de la MAPS-2 pour transporter de l'information binaire.

Rappelons le synoptique, avec les données binaires à moyenne nulle $x_{NRZ}(t)$, le filtre passe bas éliminant les lobes secondaires ($f_c = 1/T_s = RM$), le multiplieur de facteur d'échelle β , et la porteuse $b \cdot \cos [2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t]$, définissant le canal.

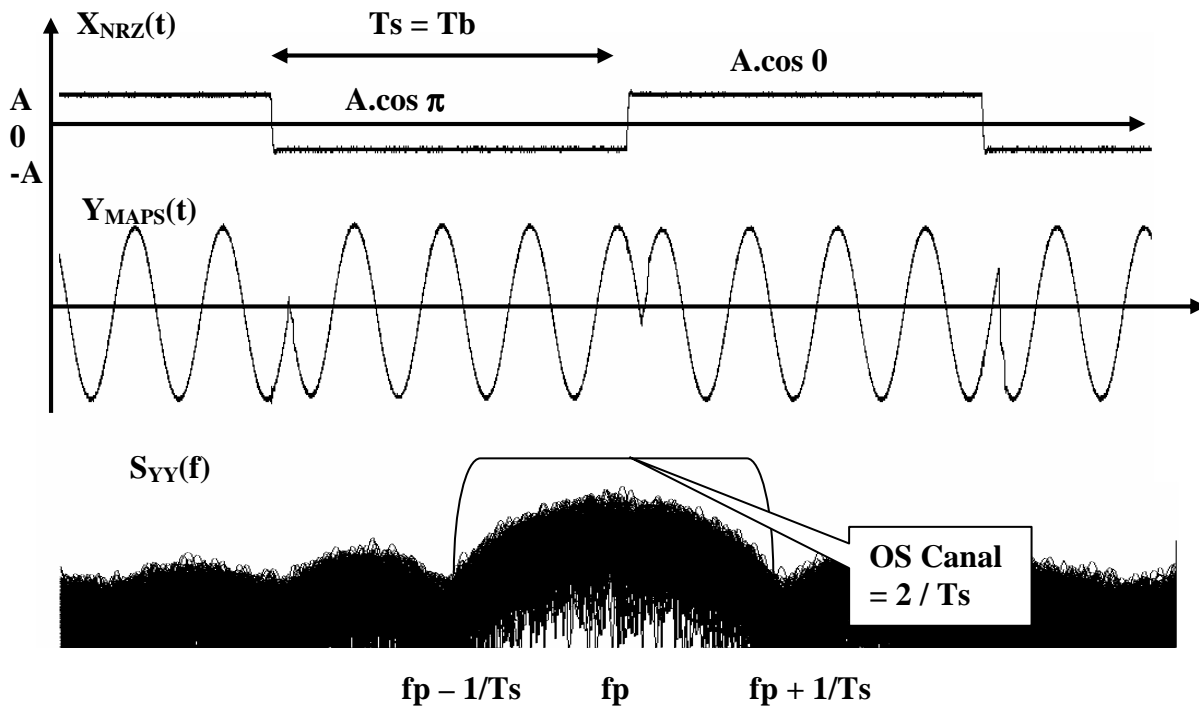


Rappelons que le théorème du changement de fréquence, ne s'applique que si les conditions du schéma décrit précédemment sont vraies : $\langle x \rangle = 0$.

Ce théorème décrit la DSPM(f) ou $S_{yy}(f)$ de sortie à partir de celle du message aléatoire à moyenne nulle $S_{xx}(f)$.

$$S_{yy}(f) = \frac{\beta^2 \cdot b^2 \cdot S_{xx}(f + f_p)}{4} + \frac{\beta^2 \cdot b^2 \cdot S_{xx}(f - f_p)}{4} \quad \text{en } V^2 / \text{Hz}$$

Les signaux temporels caractéristiques de la MAPS-2 sont visibles ci-dessous :



On a vu (chap. 4) que le canal occupe une largeur spectrale double de celle en bande de base : $OS\ Canal = 2.OSBDB$.

$$OSBDB = 1/Tb = 1 / Ts = RM \quad \text{et } OS\ Canal = 2 / Ts = 2.RM$$

L'efficacité spectrale vaut donc $(1/Tb) / (2/Ts) = 0,5\ bits/s/Hz$.

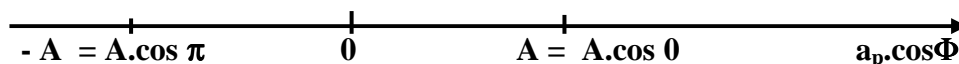
On retrouve les résultats associé à la Modulation d'Amplitude à Porteuse Supprimée avec des symboles bivalents ou MAPS-2.

On se souvient aussi que dans ces conditions la MAPS-2 est équivalente à une Modulation De Phase.

MAPS-2 ou MDP-2

NB : On notera une façon nouvelle (inhabituelle) de noter les niveaux du signal en bande base, A et $-A$ par $A.\cos 0$ et par $A.\cos \pi$.

Ceci annonce une représentation des états en bande de base sous forme de "constellation".



Ceci est la constellation d'une MAPS-2 ou d'une MDP-2.

Nous venons de rappeler le principe sur lequel s'appuient les modulations de la famille MAQ. Essayons d'augmenter le débit sans élargir le canal de fréquence!

7-3 Augmentation de l'efficacité spectrale par exploitation de l'espace des amplitudes, grâce à une MAPS-4.

Puisqu'il nous faut augmenter le débit sans modifier la largeur $2/T_s$ du canal, nous conservons le nombre de symboles par seconde ($1/T_s$) et par conséquent leur durée reste inchangée.

Pour augmenter le débit binaire dans ces conditions nous devons grouper plus de un bit pour former un symbole. Donc la valence du symbole sera définie maintenant par un groupement de L bits, avec $L > 1$.(voir chapitre 3).

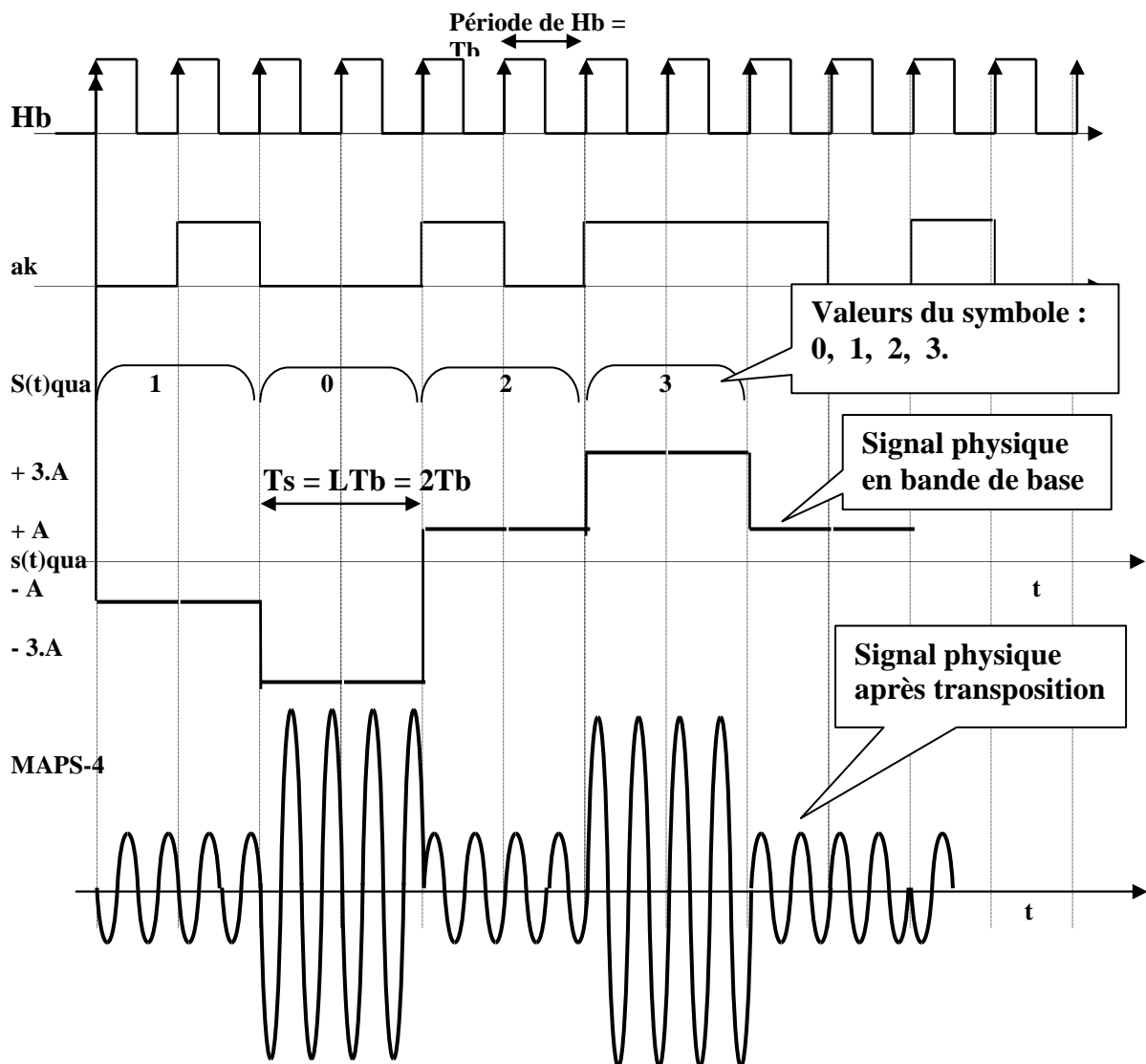
$$T_s = L.T_b \quad (1 \leq L \leq 8) \quad \text{soit aussi } V = 2^L$$

Le signal physique en bande de base image des symboles prend donc V valeurs ou V niveaux. Donc ici pour MAPS-4 : $T_s = 2.T_b$ et $V = 4$.

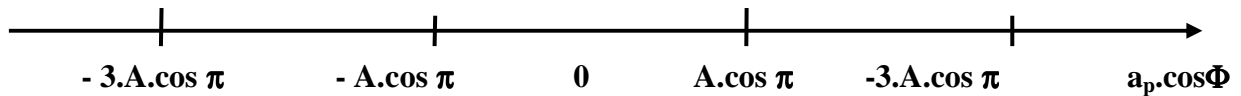
On garantit une moyenne nulle pour l'ensemble des 4 niveaux équiprobables, en les plaçant symétriquement autour de zéro.

Deux signes par $\cos\Phi$ ($\Phi = 0$ et π) et deux amplitudes A et $2.A$.

(on peut raisonner par exemple en volts si le signal physique est une tension).



L'exemple de la figure montre, dans le cas d'une MAPS-4, ($V = 4$ et $L = 2$) comment sont repartis les quatre niveaux ($-3A$, $-A$, $+A$, $+3A$) du signal en bande de base, qui est l'image des symboles quadrivalents ('0', '1', '2', '3').



Pour cette MAPS-4, nous représentons encore les états en bande de base sous forme de 'constellation'.

On note une répartition qui assure un pas ou écart constant de valeur $2A$. Ceci facilite la décision par seuil dans le dispositif de réception.

Les 4 niveaux du signal physique (en Volts) présentent donc une moyenne nulle.

On notera aussi une puissance moyenne $\langle P \rangle$ égale à $5.A^2 / 2$ en V^2 .

Le signal physique présente donc une Rapidité de Modulation RM moitié du débit binaire D_b : En effet le nombre d'états physiques par seconde ou Rapidité de Modulation est aussi :

$$RM = 1 / T_s = 1 / 2.T_b = D_b / 2 \text{ et aussi l' OSBDB.}$$

(l'Occupation Spectrale en Bande de Base est réduite de moitié)

Après transposition de fréquence par le Multiplieur le signal MAPS-4 occupe un canal de largeur OS Canal :

$$OS \text{ Canal} = 2 / T_s = 2 / 2.T_b = 2.RM$$

L'efficacité spectrale ou débit spécifique vaut donc :

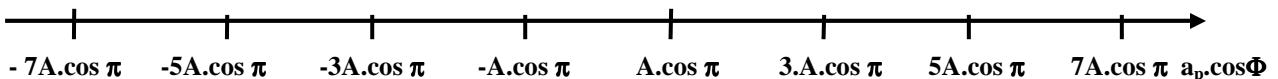
$$(1/T_b) / (2/T_s) = (1/2).(T_s/T_b) = 1 \text{ bits/s/Hz.}$$

Ayant doublé le débit binaire D_b en laissant la Rapidité de Modulation inchangée on a donc doublé l'efficacité spectrale par rapport à la modulation précédente MAPS-2.

Ayant compris le procédé on peut être tenté de réaliser une MAPS-8 grâce à un signal bande base octovalent ($T_s = 3.T_b$ et $V = 8$). On aurait ainsi deux fois 4 niveaux de puissance équiprobables, échelonnés selon A^2 , $9.A^2$, $25.A^2$, $49.A^2$ dont la puissance moyenne serait $\langle P \rangle = 21.A^2 / 2$ en V^2

On peut vérifier que l'efficacité spectrale vaut maintenant 1,5 bits/s/Hz.

La constellation des états en bande de base devient plus riche :



Les 8 niveaux équidistants et à moyenne nulle créent des variations d'amplitude de porteuse très importantes. **Les composants devront fonctionner dans une plage de puissance variant de 1 à 49 !** L'amplificateur ou l'étage de sortie fournissant la MAPS-8 devra être étudié pour assurer sa fonction sans distorsion, il sera toujours plus coûteux et contraignant qu'un amplificateur travaillant à niveau et puissance constante !

Exploisons un principe plus intelligent, où la puissance reste constante tout en définissent 8 états de porteuse bien distincts et avec une efficacité spectrale de 1,5 bits/s/Hz.

7-4 Augmentation de l'efficacité spectrale par exploitation de l'espace des phases ou MDP-M.

Nous allons remplacer la MAPS-8 par une MDP-8.

La trigonométrie dit que : $\cos(\alpha + \beta) = (\cos \alpha) \cdot (\cos \beta) - (\sin \alpha) \cdot (\sin \beta)$.

Relation fondamentale pour toutes les modulation simples ou compliquées actuelles !

Posons $\alpha = 2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot t = \omega_p \cdot t$ et posons $\beta = \Phi$.

Ainsi $\cos(\omega_p \cdot t + \Phi) = \cos(\Phi) \cdot \cos(\omega_p \cdot t) + \sin(\Phi) \cdot [-\sin(\omega_p \cdot t)]$.

Ou bien en fixant l'amplitude constante à la valeur a_p en volts :

$$a_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \Phi) = a_p \cdot \cos(\Phi) \cdot \cos(\omega_p \cdot t) + a_p \cdot \sin(\Phi) \cdot [-\sin(\omega_p \cdot t)].$$

L'expression trigonométrique montre que la porteuse $a_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \Phi)$, de phase Φ , est la somme de deux MAPS à la fréquence f_p utilisant deux porteuses synchrones et en quadrature : $\cos(\omega_p \cdot t)$ et $-\sin(\omega_p \cdot t)$.

$$a_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \Phi) = \overbrace{a_p \cdot \cos(\Phi) \cdot \cos(\omega_p \cdot t)}^{\text{MAPS-M}} + \overbrace{a_p \cdot \sin(\Phi) \cdot [-\sin(\omega_p \cdot t)]}^{\text{MAPS-M}}$$

Signal en bande base V_I .

Signal en bande base V_Q .

Les signaux en bande de base qui "modulent" les deux porteuses sont donc :

$$V_i = a_p \cdot \cos \Phi \quad \text{et} \quad V_q = a_p \cdot \sin \Phi$$

qui prendront des valeurs numériques fonction de a_p et Φ .

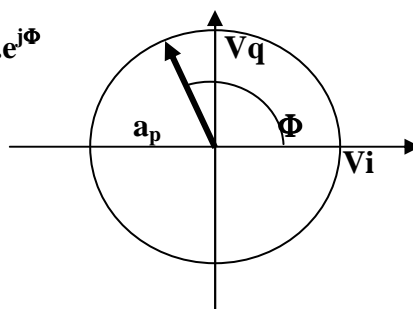
Convention de notation : la porteuse $\cos(\omega_p \cdot t)$ est prise comme référence de phase et sera associée à la notation I (comme **In phase**). Par conséquent la porteuse en quadrature $-\sin(\omega_p \cdot t)$ sera associée à la notation Q (comme **Quadrature**).

Le signal ainsi généré porte donc deux informations totalement indépendantes, $V_i(t)$ et $V_q(t)$. Après transposition à la fréquence f_p on est en présence de deux canaux indépendants centrés à la même fréquence. C'est le principe de base qui permet d'augmenter l'efficacité spectrale. La constellation sera la représentation des états de deux signaux bande de base V_i et V_q indépendants portés par deux axes orthogonaux. **On peut introduire visuellement le signal complexe en bande base $a_p \cdot e^{j\Phi}$, qui nous conduit à cette constellation.**

Signal: $V_i + j \cdot V_q = a_p \cdot e^{j\Phi}$

rayon a_p

angle Φ

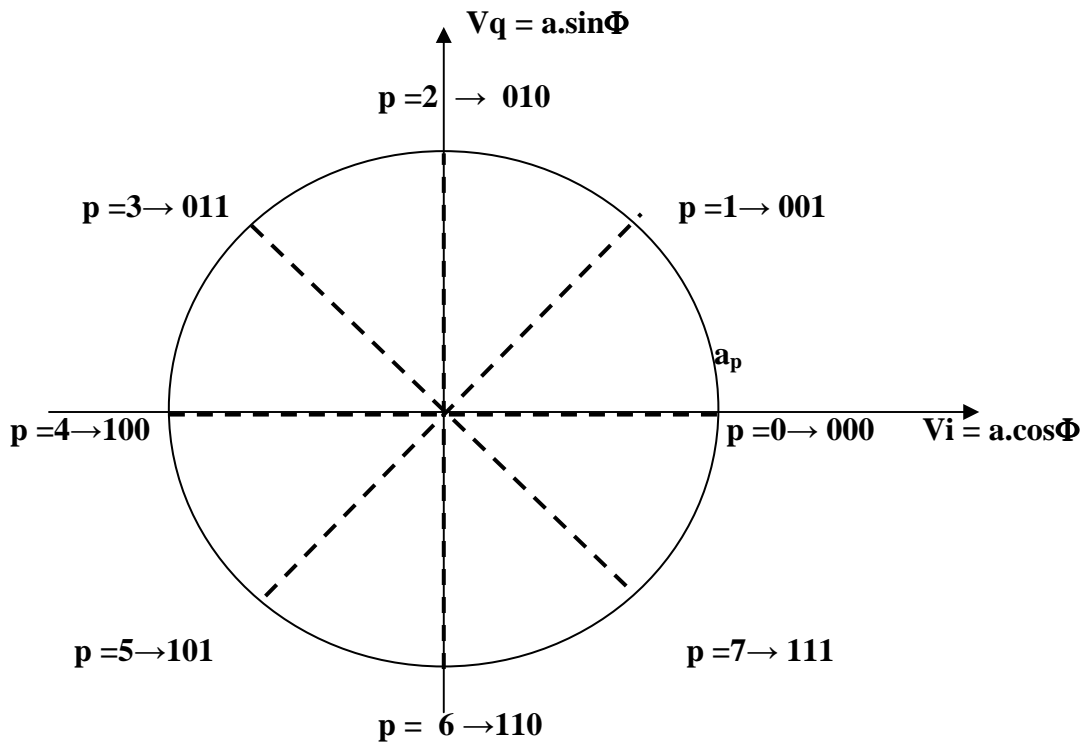


Ainsi, la porteuse d'amplitude a_p et de pulsation ωp peut être définie avec, par exemple, 8 phases initiales différentes, créant ainsi 8 états de porteuse correspondant aux huit symboles, comme pour la modulation précédente MAPS-8 ($V=8 = 2^L$ et $T_s = 3T_b$).

Nous pouvons associer les 8 états de phase aux 8 valeurs de symboles de la manière la plus simple : $\Phi = p.\pi / 4$ avec $0 \leq p \leq 7$.

Les symboles seront définis par un groupement de 3 bits de 000 à 111. ($T_s = 3.T_b$)

Dessignons dans le plan V_i et V_q les 8 positions correspondant à $\Phi = p.\pi / 4$.



Cette représentation trigonométrique associe les grandeurs en bande de base V_i et V_q (qui peuvent être des tensions si le modulateur est analogique ou bien être des nombres si le modulateur est numérique, un DSP par exemple) aux états de phase du signal résultant $a_p.\cos(\omega p.t + \Phi) = a_p.\cos(\Phi).\cos(\omega p.t) + a_p.\sin(\Phi).[-\sin(\omega p.t)]$.

Cette représentation résume l'essentiel du procédé de modulation et constitue la constellation associée à la modulation prise en exemple dite MDP-8.

Définissons l'ensemble des caractéristiques de cette MDP-8 par le tableau suivant :

Pour simplifier la porteuse a une amplitude a_p de 1V.

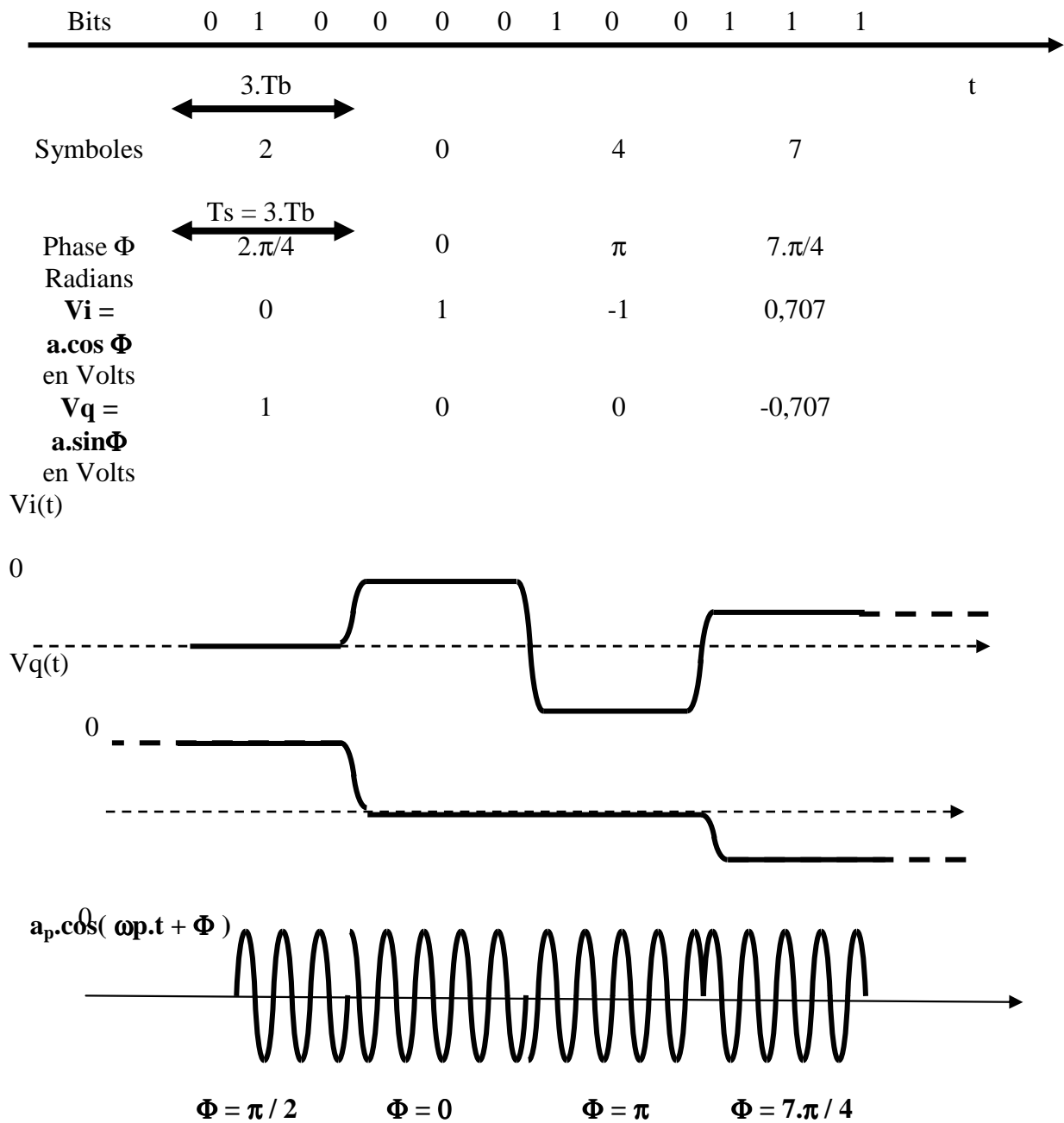
Symbole Si	Phase $\Phi =$ $p.\pi / 4$ en radians	Groupe de bit à 8 valeurs.	$V_i =$ $a_p.\cos(\Phi)$ en volts	$V_q =$ $a_p.\sin(\Phi)$ en volts	Porteuse résultante $a_p.\cos(\omega p.t + \Phi)$ en volts avec $a_p = 1$ V
0	0	000	1	0	$1.\cos(\omega p.t + 0)$
1	$\pi / 4.$	001	0,707	0,707	$1.\cos(\omega p.t + \pi / 4)$
2	$2.\pi / 4.$	010	0	1	$1.\cos(\omega p.t + \pi / 2)$
3	$3.\pi / 4.$	011	-0,707	0,707	$1.\cos(\omega p.t + 3.\pi / 4)$
4	$4.\pi / 4.$	100	-1	0	$1.\cos(\omega p.t + \pi)$
5	$5.\pi / 4.$	101	-0,707	-0,707	$1.\cos(\omega p.t + 5.\pi / 4)$
6	$6.\pi / 4.$	110	0	-1	$1.\cos(\omega p.t + 3.\pi / 2)$
7	$7.\pi / 4.$	111	0,707	-0,707	$1.\cos(\omega p.t + 7.\pi / 4)$

Les signaux en bande de base $V_i(t)$ et $V_q(t)$ nécessaires aux modulations des deux porteuses $\cos \omega.t$ et $(-\sin \omega.t)$ prennent chacun 5 valeurs possibles, ce qui permettrait de créer 25 états résultants, mais seul 8 sont exploités dans cette modulation type MDP-8

Cette modulation MDP-8 n'est qu'un cas particulier de la modulation MAQ-8 réalisée grâce à l'architecture universelle IQ.

Nous verrons plus loin des constellations plus riches de type MAQ-M.

La figure suivante présente l'allure des tensions $V_i(t)$ et $V_q(t)$ pour une suite binaire de quelques bits correspondant à 4 symboles.



On remarquera que les transitions de V_i et V_q ont été ‘‘adoucies’’ car filtrées par un passe bas réduisant les lobes secondaires. Cette précaution a déjà été introduite dans ‘‘nécessité de filtrer en bande de base’’, il s’agit d’un filtre limitant le spectre à $1/T_s$.

Ce filtrage modifie l’amplitude de la porteuse résultante au moment des transitions. (n’a pas été représenté)

Le filtrage du signal numérique sera abordé au chapitre suivant.

7-5 Architecture IQ du modulateur type MDP-M ou MAQ-M.

Nous venons d'exploiter la relation trigonométrique pour réaliser une modulation de phase à 8 états, type MDP-8.

$$a.\cos(\omega_p.t + \Phi) = a.\cos(\Phi).\cos(\omega_p.t) + a.\sin(\Phi).[- \sin(\omega_p.t)].$$

Nous l'avons exprimée, dans cet exemple, comme la somme de deux MAPS-5 (5 niveaux). La réalisation nécessite l'utilisation de deux multiplieurs recevant les signaux en bande de base $V_i(t)$ et $V_q(t)$, à moyenne nulle.

Nous nommerons ces multiplieur X_i et X_q . (avec $\beta = 1 \text{ V}^{-1}$).

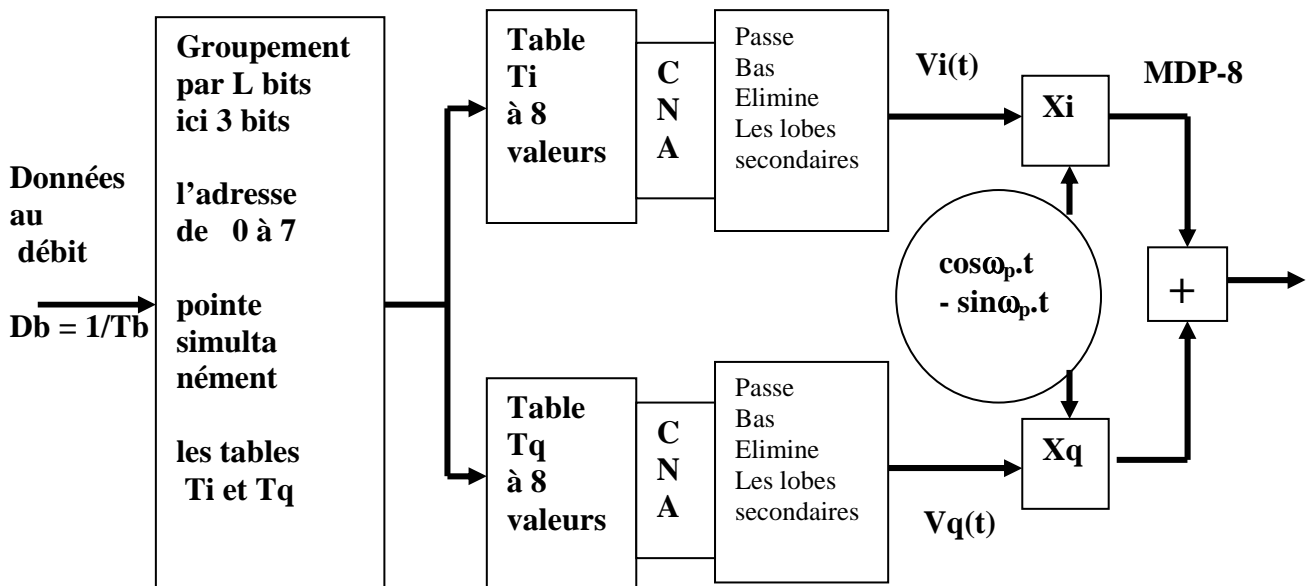
Il faut fournir des symboles de durée T_s regroupant L bits : $T_s = L.T_b$.

On voit apparaître ainsi une architecture à deux voies nommées voie I et voie Q, dite architecture IQ.

A chaque valeur du symbole il faut créer les deux signaux V_i et V_q symétriquement repartis autour de la valeur zéro.

Les signaux V_i et V_q sont obtenus par conversion numérique analogique CNA.

Le groupe de L bits (ou symbole) doit fixer simultanément V_i et V_q différents, il sera utilisé comme une adresse qui, pendant la durée T_s , pointe simultanément une table T_i et une table T_q contenant M valeurs (autant que de valeurs de V_i et V_q définies dans la constellation). En général on ne peut se passer de l'usage de ces deux tables (sauf cas particulier MAQ-4 : voir TP). En effet la relation entre les niveaux V_i et V_q et les valeurs des symboles n'est ni monotone ni à pas constant, par conséquent la conversion directe est inadaptée (il suffit de vérifier sur le tableau MDP-8 précédant pour s'en persuader)



Le schéma est associé à l'exemple traité précédemment pour la MDP-8 mais reste universel, ce qui en fait sa puissance ! En effet par simple changement du contenu des tables I et Q et de la taille des symboles ($T_s = L.T_b$) on modifie la constellation à volonté !

La source de porteuse à la fréquence f_p fournit les deux composantes en quadrature.

(on peut utiliser aussi une source "sin-cos" numérique par simple lecture de tables "sinus").
Exemple de table I ou Q : avec une conversion CNA à 6 bits (N = 6), une dynamique de -1V à +1V, donc un pas $[V_{max} - V_{min}]/2^N$ de 31 mV les tensions analogiques en bande de base sont codées selon :

1 V	11 1111
0,706 V	11 0110
0 V	01 1111
- 0,706 V	00 1010
- 1 V	00 0000

Ce qui donne pour la table Ti :

Symbole = adresse = p	Contenu table I	Sortie CNA en V
0	11 1111	1
1	11 0110	0,706
2	01 1111	0
3	00 1010	- 0706
4	00 0000	- 1
5	00 1010	- 0706
6	01 1111	0
7	11 0110	0,706

Idem pour la table Q avec contenu différent.

7-6 Le spectre et la puissance fournie par le modulateur type IQ en MDP-8.

Examinons l'aspect spectral des signaux V_i et V_q (sous forme de tension par exemple) de l'exemple précédent MDP-8:

Calculons la DSPM(f) du signal bande base V_i de la voie I

La relation de Bennett s'applique ici, avec, pour chaque voies des signaux V_i et V_q à 8 états ($-1.a_p$, $-0,707.a_p$, $0.a_p$, $0,707.a_p$, $1.a_p$ en V) supposées équiprobables ($p = 1/8$). (la relation de Bennett a été utilisée pour deux symboles au chapitre 3, elle est exploitée ici avec 8 valeurs de symboles : $T_s = 3.T_b$).

$$DSPM(f) = S_{xx}(f) = S_{I,I}(f)$$

$$= \frac{1}{T_S} \left[p_0 |G_0(f)|^2 + p_1 |G_1(f)|^2 + \dots + p_6 |G_6(f)|^2 + p_7 |G_7(f)|^2 \right]$$

$$- \left[p_0 G_0(f) + p_1 G_1(f) + \dots + p_6 G_6(f) + p_7 G_7(f) \right]^2$$

$$+ \frac{1}{T_S^2} \left[\sum_{K=-\infty}^{\infty} \left| p_0 G_0(f) + p_1 G_1(f) + \dots + p_7 G_7(f) \right|^2 \delta\left(f - \frac{K}{T_S}\right) \right]$$

La répartition symétrique des 8 niveaux autour de zéro et l'équiprobabilité réduisent la relation de Bennett à :

(effet de la moyenne nulle des 8 valeurs de symboles équiprobables et symétriquement repartis autour de 0 V, condition impérative pour supprimer les porteuses discrètes dites porteuses'' Dirac).

Ainsi pour la voie I la DSPM(f) en bande de base vaut :

$$\text{DSPM}(f) = S_{ii}(f) = \frac{p}{T_s} \left[|G_0(f)|^2 + |G_1(f)|^2 + \dots + |G_6(f)|^2 + |G_7(f)|^2 \right]$$

avec $G_i(f) = a_p \cdot \cos(\Phi) \cdot T_s \cdot [\text{sincar}(\pi \cdot T_s \cdot f)]$ pour la voie I.

c'est-à-dire :

$$|G_0(f)|^2 = |G_4(f)|^2 = a_p^2 \cdot T_s^2 \cdot [\text{sincar}(\pi \cdot T_s \cdot f)]^2$$

$$|G_1(f)|^2 = |G_3(f)|^2 = |G_5(f)|^2 = |G_7(f)|^2 = \frac{1}{2} \cdot a_p^2 \cdot T_s^2 \cdot [\text{sincar}(\pi \cdot T_s \cdot f)]^2$$

$$|G_2(f)|^2 = |G_6(f)|^2 = 0$$

Finalement la voie I crée une DSPM(f) en bande de base qui se simplifie en :

$$S_{ii}(f) = \frac{1}{8 \cdot T_s} \left[2 \cdot |G_0(f)|^2 + 4 \cdot |G_1(f)|^2 \right] = \frac{a_p^2}{8 \cdot T_s} \left[T_s^2 \cdot (2 + 2) \cdot (\text{sincar}(\pi \cdot T_s \cdot f))^2 \right] = \frac{a_p^2 \cdot T_s}{2} \cdot [\text{sincar}(\pi \cdot T_s \cdot f)]^2$$

Pour l'essentiel $S_{ii}(f)$ est un lobe de largeur $2/T_s$ centré à la fréquence nulle.

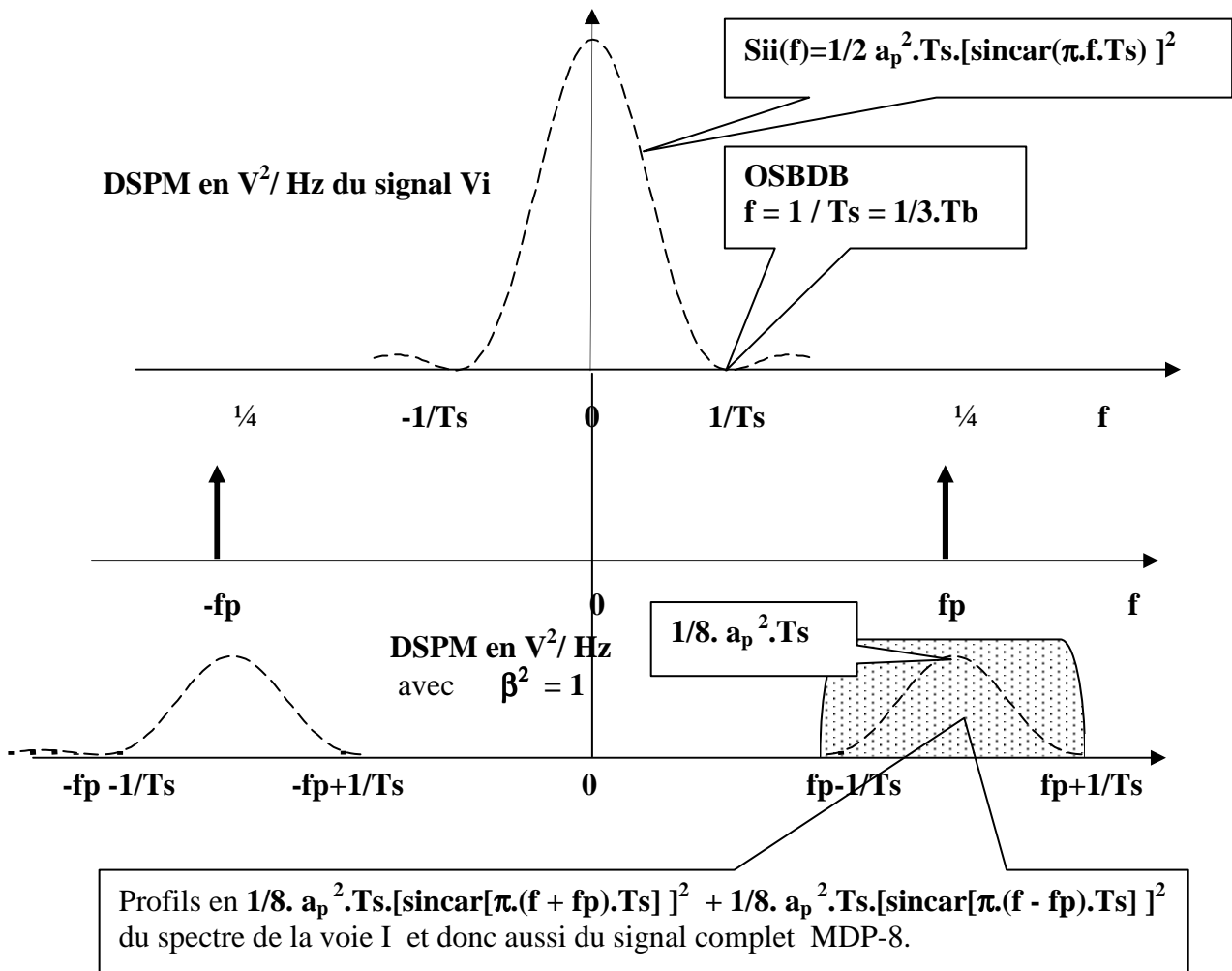
Il en est de même pour la DSPM(f) de la voie Q, $S_{qq}(f)$.

En sortie du multiplieur X_i (facteur d'échelle $\beta = 1 \text{ V}^{-1}$ et porteuse "sin cos" d'amplitude $b = 1 \text{ V}$ donc $b \cdot \beta = 1$) le spectre est donné par le théorème du changement de fréquence (chapitre 4) :

$$S'_{ii}(f) = \frac{1}{4} \cdot \frac{a_p^2 \cdot T_s}{2} [\text{sincar}(\pi \cdot T_s \cdot (f + f_p))]^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{a_p^2 \cdot T_s}{2} [\text{sincar}(\pi \cdot T_s \cdot (f - f_p))]^2 \text{ en } \text{V}^2/\text{Hz}.$$

En réalité il faudrait tenir compte du filtrage en bande de base qui élimine les lobes secondaires et réduit la puissance totale à environ 95%.

La figure suivante montre le spectre de la voie I dans le canal centré en f_p et avec une Occupation Spectrale de Canal (OS Canal) qui vaut $2 / T_s$.



En haut : La DSPM(f) des signaux V_i et V_q en bande base (en haut) en V^2/Hz

En bas : La DSPM(f) en sortie de la voie I : $S'_{ii}(f)$ en V^2/Hz

La DSPM du signal MDP-8 est la même en doublant la hauteur donc les aires !

Ainsi la puissance moyenne $\langle P'_{II} \rangle$ portée par la sortie de la voie I, aux alentours de f_p , est l'aire de $S'_{ii}(f)$, (on sait que l'aire de $[\text{sinc}(\alpha)]^2$ vaut π).

$$\langle P'_{II} \rangle = a_p^2 / 4 \text{ en } V^2. \text{ un calcul similaire donnerait } \langle P'_{QQ} \rangle = a_p^2 / 4 \text{ en } V^2$$

Enfin à la sortie du modulateur IQ complet les deux DSPM s'ajoutent indépendamment (coefficient de corrélation $c = 0$) on obtient finalement une puissance moyenne : $a_p^2 / 2$ en V^2

Ainsi la porteuse modulée en MDP-8 porte la puissance totale moyenne.

$$\langle P_{MDP-8} \rangle = a_p^2 / 2 \text{ en } V^2.$$

Résultat rassurant pour un signal sinusoïdal d'amplitude a_p et de phase aléatoire !

$$\text{OSBDB} = 1/3 \cdot T_b = 1 / T_s = \text{RM}$$

$$\text{et avec OS Canal} = 2 / T_s = 2 / 3 \cdot T_b = 2 \cdot \text{RM}$$

Connaissant le spectre de la MDP-8 et l'occupation spectrale dans le canal autour de la fréquence f_p .

L'efficacité spectrale ou débit spécifique vaut donc :
 $(1/T_b) / (2/T_s) = (1/2) \cdot T_s/T_b = 1,5 \text{ bits/s/Hz.}$

Nous avons vu l'utilisation uniquement de l'amplitude d'une porteuse, puis maintenant, l'utilisation de la phase seule, grâce à deux porteuses en quadrature, or malgré une complexité grandissante, l'efficacité n'a pas énormément augmenté par rapport aux premiers exemple !!!

Passons à l'étape suivante où phase et amplitude sont exploitées simultanément, c'est-à-dire que nous passons de la modulation type MDP-M à la modulation type MAQ-M.

Mais l'architecture IQ du modulateur reste inchangée, elle est maintenant définitivement acquise pour toutes les modulations sophistiquées dont nous verrons des exemples en fin de chapitre.

7-7 Utilisation de l'espace des phase et amplitude : modulation MAQ-M.

Pour fixer les idées, prenons l'exemple d'une modulation d'amplitude et de phase à 16 états repartis dans le plan $a_p \cdot \sin \Phi$ et $a_p \cdot \cos \Phi$, autour de l'origine. L'approche est identique à l'exemple précédent : commençons par fixer la constellation.

Il s'agit d'une MAQ-16.

Nous groupons les bits en quadribits ou quartets avec $T_s = 4 \cdot T_b$.

(On dit aussi quatre bits pour un baud).

Nous fixons le quadrant grâce aux deux bits de poids fort, selon la règle des signes suivante :

("0" pour signe + et "1" pour signe --).

Dans chaque quadrant les deux bits de poids faible fixent l'amplitude selon :

("0" pour A et "1" pour 3.A).

Ainsi les quatre bits porte chacun une information dans l'ordre suivant :

X X X X = signeQ signeI magQ magI.

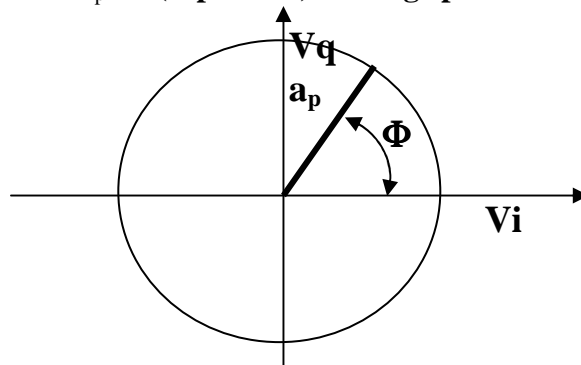
(mag. pour magnitude ou amplitude)

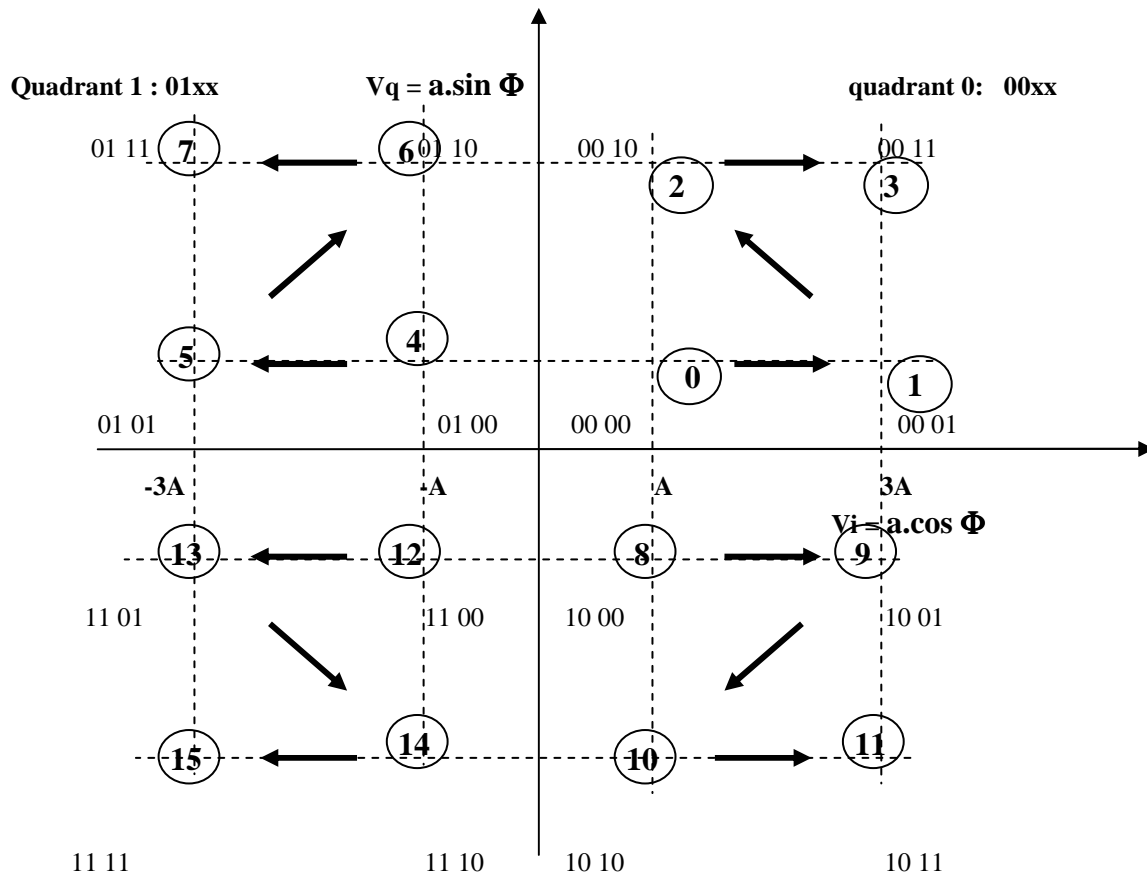
Rappelons que l'équation trigonométrique :

$$a_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \Phi) = a_p \cdot \cos(\Phi) \cdot \cos(\omega_p \cdot t) + a_p \cdot \sin(\Phi) \cdot [-\sin(\omega_p \cdot t)].$$

correspond à la représentation polaire d'un état de porteuse pendant la durée T_s d'un symbole.

Amplitude et phase de $a_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \Phi)$ sont figés pendant T_s .





Quadrant 2 : 11xx

Constellation de la MAQ-16

Quadrant 3: 10xx

L'organisation des 4 bits est, dans l'ordre, **signe(Q)** , **signe(I)** , **mag(Q)** , **mag(I)**

DB : L'organisation des 4 quadrants est identique à celle des 4 points du quadrant 2.

On note que les états sont repartis en niveaux équidistants sur les deux axes V_i et V_q pour assurer la moyenne nulle des signaux bande de base V_i et V_q .

Ou plus généralement : $-3.A$, $-1.A$, $1.A$, $3.A$ (écart $2.A$ en V).

Le tableau des différentes grandeurs associées aux 16 états de la porteuse est la deuxième étape qui définit la réalisation complète de cette modulation.

(tableau chiffré pour $A = 1 V$).

Symbole Si	Quartet : xx xx	$V_i = a_p \cdot \cos(\Phi)$ en volts	$V_q = a_p \cdot \sin(\Phi)$ en volts	Porteuse résultante $a \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \Phi)$ en volts
0	00 00	1	1	$1,41 \cdot \cos(\omega_p \cdot t + 45^\circ)$
1	00 01	3	1	$3,16 \cdot \cos(\omega_p \cdot t + 18,5^\circ)$
2	00 10	1	3	$3,16 \cdot \cos(\omega_p \cdot t + 71,5^\circ)$
3	00 11	3	3	$4,24 \cdot \cos(\omega_p \cdot t + 45^\circ)$
4	01 00	-1	1	
5	01 01	-3	1	
6	01 10	-1	3	
7	01 11	-3	3	
8	10 00	1	-1	
.....
15	11 11	-3	-3	$4,24 \cdot \cos(\omega_p \cdot t - 135^\circ)$

La constellation et le tableau montrent les 3 valeurs possibles de l'amplitude a_p de la porteuse résultante.

$$a_p = A.\sqrt{2} \quad A.\sqrt{10} \quad A.\sqrt{18} = 3.A.\sqrt{2} \quad (\text{en V})$$

La constellation et le tableau montrent les 3 valeurs possibles de la phase : $18,5^\circ$, 45° , $71,5^\circ$ pour le quadrant zéro etc.

par un calcul similaire à l'exemple précédant on trouverait la puissance moyenne de la porteuse : (même moyenne pour tous les quadrants)

$$\langle P_{\text{MAQ-16}} \rangle = 5.A^2 \quad \text{en V}^2$$

soit une amplitude moyenne de $2,23.A$ en V

Remarque :

si nous avons gardé l'idée de varier uniquement l'amplitude, nous aurions utilisé une modulation type MAPS-16 en gardant le même écart entre les 16 niveaux ($2.A$).

la puissance moyenne serait alors : $1/8.A^2 + 1/8.9.A^2 + 1/8.25.A^2 + 1/8.49.A^2 + 1/8.81.A^2 + 1/8.121.A^2 + 1/8.169.A^2 + 1/8.225.A^2$

En clair le coût en puissance (à écart de niveau fixé) est ceci :

$$\text{MAP-16 coûte : } \langle P \rangle = 85 A^2 !$$

$$\text{MAQ-16 coûte : } \langle P \rangle = 5 A^2 !$$

Différence à souligner à l'époque des économies d'énergie et du développement du matériel mobile.

L'efficacité spectrale de la MAQ-16.

L'occupation spectrale en bande de base est toujours :

$$\text{OSBDB} = 1/T_s = 1/4.T_b$$

Après transposition dans le canal centré sur la fréquence f_p on obtient une occupation spectrale de $2/T_s$. (application du théorème du changement de fréquence).

$$\text{OSCanal} = 2/T_s = 2/4.T_b.$$

L'efficacité spectrale vaut donc : $(1/T_b) / (2/4.T_b) = 2 \text{ bits /s Hz}$.

Nous venons de quadrupler l'efficacité spectrale par rapport à une modulation simple comme MAPS-2.

7-8 Bilan et tableau résumé.

L'augmentation de l'efficacité spectrale ou du débit spécifique a été obtenue par l'action réfléchie dans l'espace des amplitudes, puis dans l'espace des phases et enfin sur l'ensemble amplitude phase pour obtenir une Modulation d'Amplitude (MAPS) de deux porteuses en Quadrature groupant L bits par symbole.

$$\text{Ts} = L.T_b \quad \text{et} \quad V = 2^L.$$

**Le nombre d'état de la porteuse est directement lié à la valence du symbole.
Convenons d'indiquer systématiquement le nombre d'états M de la modulation MAQ par la notation MAQ-M.**

Dans une architecture symétrique telle que le modulateur IQ, le groupement de L bits pour un symbole va assurer le contrôle des deux voies I et Q.

Si l'on respecte la symétrie de l'architecture IQ, on affecte L/2 bits à la voie I et L/2 bits à la voie Q.

Le signal bande base $V_i = a_p \cdot \cos\Phi$ contrôlé par L/2 bits présente une valence $2^{L/2}$.
(c'est la projection de la constellation MAQ-M sur l'axe I).

Le signal bande base $V_q = a_p \cdot \sin\Phi$ contrôlé par L/2 bits présente une valence $2^{L/2}$.
(c'est la projection de la constellation MAQ-M sur l'axe Q).

Par conséquent la constellation complète est formée de $[2^{L/2}] \cdot [2^{L/2}] = 2^L$ points ou états de porteuse et dans la notation MAQ-M on a : $M = 2^L$.

Finalement : MAQ-M se lit MAQ- 2^L ou encore MAQ-V.

Revenons à l'occupation spectrale du canal occupé par la MAQ-M, elle est définie par application du théorème du changement de fréquence qui annonce que **l'occupation spectrale des modulations (MAPS) de chaque voie I et Q est double de celle des signaux V_i et V_q en bande de base.**

Ainsi en sortie de la voie I, le spectre occupe, autour de la fréquence f_p , un canal de largeur :
OS Canal = 2.OS BDB = $2 / T_s$.

Ainsi en sortie de la voie Q, le spectre occupe, autour de la fréquence f_p , un canal de largeur :
OS Canal = 2.OS BDB = $2 / T_s$.

Après superposition des deux voies, le canal occupe toujours une largeur $2 / T_s$, seule la DSPM a doublé de hauteur, les puissances s'ajoutant simplement.

Il est bien entendu que dans ces raisonnements (très idéalisés) on ignore les lobes secondaires liés à un profil en bande base décrit par $\text{sinc}[\pi \cdot T_s \cdot f]^2$.
(voir paragraphe 7.6).

Nous avons déjà souligné la nécessité de limiter le spectre à l'essentiel avant de procéder à la transposition de fréquence à f_p . (voir paragraphe 7.4).

Par conséquent le débit spécifique ou efficacité spectrale vaut :

$$\text{Dspé} = [1 / T_b] / [2 / T_s] = (1/2) \cdot T_s / T_b = L / 2 \text{ en bits / s / Hz}$$

Résumons les propriétés de l'architecture IQ dans l tableau suivant :

Modulation MAQ-M MAQ-2 ^L MAQ-V	Taille du symbole : Ts = L. Tb	Nombre de niveaux sur les voies I et Q	Nombre d'états de la porteuse	Débit spécifique Avec filtrage à 1/Ts En bits/s/Hz Ou L/2	Débit spécifique Avec filtrage optimisé aux alentours de F _{NYQUIST} En bits/s/Hz Ou L
MAQ-2	1	* voir commentaire	2	0,5	~ 1
MAQ-4	2	2	4	1	~ 2
MAQ-8					
MAQ-16	4	4	16	2	~ 4
MAQ-32					
MAQ-64	6	8	64	3	~ 6
MAQ-128					
MAQ-256	8	16	256	4	~ 8
CAP-512					~ 9

Attention le tableau n'est complété que pour une architecture IQ symétrique donc dans le cas ou un nombre de bit identique est affecté aux voie I et Q .

Les autres cas sont également exploités mais l'affectation des bits n'est pas symétrique sur les voies I et Q. (le lecteur complétera)

* Ce cas est mis dans le tableau car réalisé aussi en TP avec la condition particulière $V_i = V_q$, donc tout se passe comme si $T_s = T_b$ et $L = 1$, avec une simple modulation type MAPS.

On trouve un sigle CAP pour **Carrierless Amplitude and Phase modulation** technique très voisine de MAQ mais exploitée dans la diffusion sur câble téléphonique pour des services de la famille xDSL sur la boucle locale d'abonné au téléphone. (voir autre chapitre)

La colonne de droite exprime une efficacité spectrale quasi doublée qui n'est obtenue que grâce à un filtrage en bande base optimisé et spécifique des techniques du transport numérique en bande de base.

Nous tenterons de les expliquer simplement dans le chapitre suivant (chap. 8)