

Cours d'Électronique pour l'Option Réseaux Locaux et Informatique Industrielle.

Chapitre 5 :

Les modulations de fréquence dites F.D.M.

5-1 Dans quelles applications exploite-t-on la modulation FDM ?.

La modulation de fréquence est presque aussi historique que la modulation d'amplitude à porteuse, type MA.

Elle porte un message analogique dans les applications suivantes:

Radiodiffusion en "gamme FM" de 88 à 108 MHz (pas 50 kHz) avec des canaux de 180 kHz pour la monophonie.

Avec des canaux de 230k Hz pour la stéréophonie.

Satellites météorologique en modulation dite bande étroite : canal de 26 kHz à 1694 MHz.

Diffusion de télévision par satellites géostationnaires (OGS) vers 11 GHz par canaux de l'ordre de 25 à 30 MHz. (MDF en bande large).

Elle porte un message numérique dans les applications :

Modems classiques à faible débit sur la boucle locale (abonné central) avec deux canaux, pour assurer la liaison duplex (avis V21, V23. etc) sur bifilaire dans la gamme limitée à 300, 3400 Hz.

Elle prend alors le nom de Frequency Shift Keying ou FSK-2.

Modems domotique sur réseau local EDF.

Téléphonie mobile à couverture cellulaire, en Europe GSM-900 ou 1800, au pas de 200kHz ($m = 0,5$). Mais elle est associée à d'autres traitements dans une architecture de type IQ (chapitre 8).

Notons immédiatement sa supériorité sur les modulations d'amplitude avec ou sans porteuse :

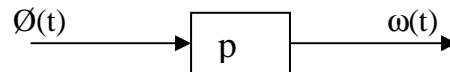
Le récepteur fonctionne en écrêtant le signal radiofréquence, l'information utile étant la fréquence, il en résulte une très grande robustesse aux déformations de l'amplitude c'est-à-dire au bruit ajouté par le transport.

Par exemple un rapport signal à bruit de 15 dB en réception (à l'antenne) garantit une qualité de signal démodulé en bande de base (son) de l'ordre de 40 dB !

5-2 Principe de base de la modulation de fréquence, dite FDM.

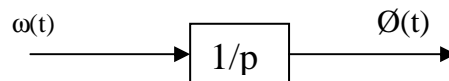
Tout signal $y(t)$ sinusoïdal présente une phase $\varnothing(t)$ liée au temps, la pulsation instantanée $\omega(t)$ du signal $y(t)$ est la dérivée de sa phase.

$$Y(t) = a.\cos \varnothing(t) \quad \text{et avec} \quad \frac{d\varnothing(t)}{dt} = \omega(t) = 2.\pi.f_p(t)$$



Réciproquement l'intégrale de la pulsation $\omega(t)$ fournit la phase instantanée $\varnothing(t)$:

$$Y(t) = a.\cos \varnothing(t) = a.\cos \left[\int_0^t \omega(u).du + \varnothing_0 \right] \quad \text{avec} \quad \varnothing_0 = \varnothing(t) \text{ à } t = 0$$



On peut ainsi définir deux actions différentes sur l'angle $\varnothing(t)$:

Soit directement sur la phase $\varnothing(t)$ et l'on est en présence de Modulation De Phase :MDP (décrite dans un chapitre prochain).

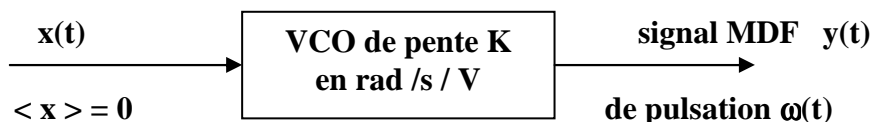
Soit par l'intermédiaire de la pulsation ou fréquence $\omega(t)$ ou $f(t)$, et l'on est en présence de Modulation De Fréquence : MDF. C'est l'objet de ce chapitre.

La MDF est très simplement réalisée grâce à une source contrôlée linéairement en fréquence par la tension $x(t)$ à moyenne nulle.

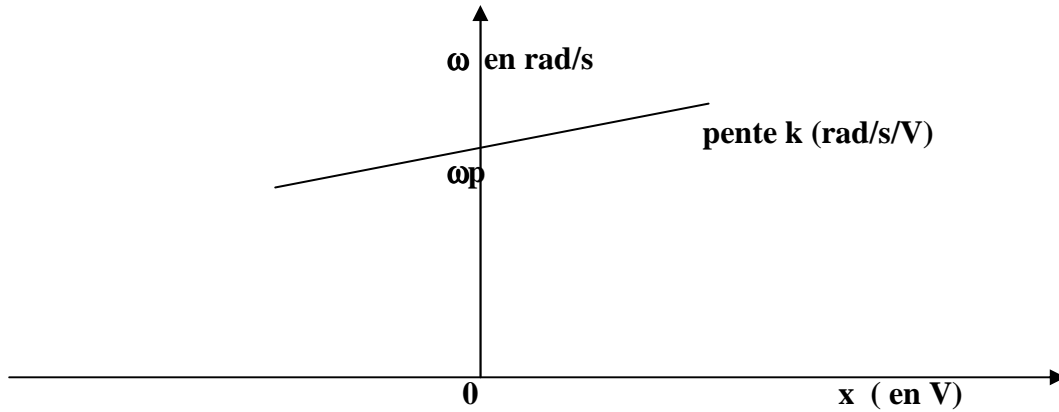
On utilise l'abréviation Voltage Controlled Oscillator pour cet actionneur: VCO ou CCO.

Le VCO fournit un signal dont la pulsation de sortie $\omega(t)$ est en relation linéaire avec le message en bande de base à moyenne nulle, $x(t)$ selon :

$$\omega(t) = \omega_p + k.x(t) \quad \text{avec } x(t) \text{ tension à moyenne nulle.}$$



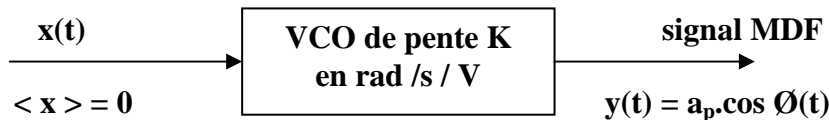
La pulsation $\omega_p = 2.\pi.f_p$ représente la pulsation libre du VCO, ou pulsation centrale, ou pulsation de la porteuse du signal modulé en fréquence, lorsque le message $x(t)$ est nul.



Le VCO de pente k en rad/s et de pulsation de porteuse ω_p .
Dans le chapitre PLL la pulsation de porteuse devient la pulsation libre ω

5-3 La modulation de fréquence par un message sinusoïdal centré ($\langle x \rangle = 0$).

Partant du synoptique général utilisant un VCO.



Le VCO fournit une pulsation $\omega(t) = \omega_p + k.x(t)$ avec $x(t)$ message défini en volts, à moyenne nulle :

Commençons par le cas simple du message sinusoïdal $x(t) = A_m \cdot \cos \omega_m t$ (en V)

Alors la porteuse modulée en fréquence devient :

$$Y(t) = a_p \cdot \cos \varnothing(t) = a_p \cdot \cos \left[\int_0^t \omega(u) \cdot du + \varnothing_0 \right] = a_p \cdot \cos \left[\int_0^t [\omega_p \cdot u + k \cdot x(u) \cdot du] + \varnothing_0 \right]$$

qui donne enfin en oubliant \varnothing_0 :

$$Y(t) = a_p \cdot \cos \varnothing(t) = a_p \cdot \cos \left[\omega_p \cdot t + k \cdot A_m \int_0^t \cos \omega_m u \cdot du \right]$$

$$y(t) = a_p \cdot \cos \left[\omega_p \cdot t + k \cdot A_m \frac{\sin \omega_m \cdot t}{\omega_m} \right] = a_p \cdot \cos \left[\omega_p \cdot t + m \cdot \sin \omega_m \cdot t \right]$$

(en V)

Relation qui fait apparaître l'indice de modulation $m = k \cdot A_m / \omega_m = \Delta\omega / \omega_m$

L'indice m fait apparaître au numérateur l'amplitude de l'excursion de pulsation, image de l'amplitude du message sous la forme $\Delta\omega = k \cdot A_m$.

L'indice m fait aussi apparaître la pulsation du message ω_m .

$$m = k \cdot A_m / \omega_m = \Delta\omega / \omega_m = \Delta f / f_m \quad (\text{sans dimension})$$

Illustrons par trois chronogrammes, les grandeurs caractéristiques de la MDF dans le cas d'un message sinusoïdal :

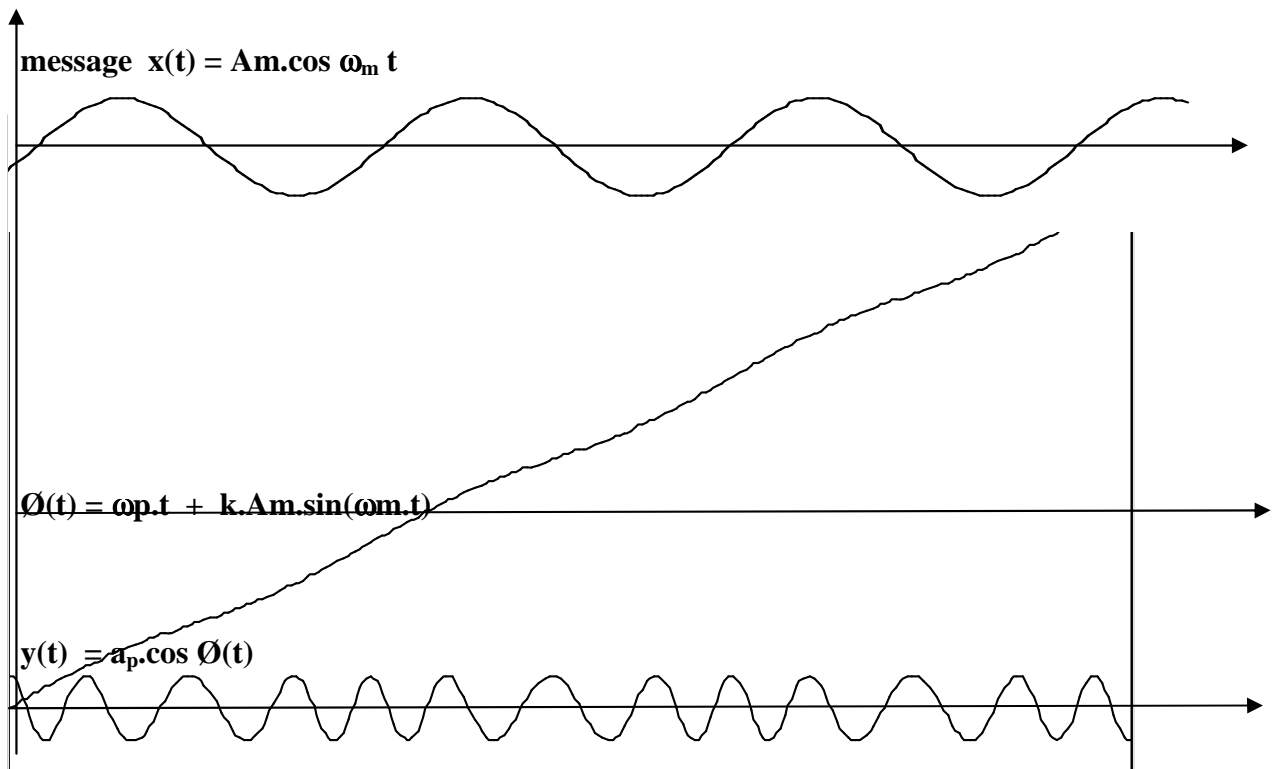
En premier le **message** $x(t) = A_m \cdot \cos \omega_m t$

Puis, la phase $\varnothing(t)$ d'un signal dont la pulsation varie sinusoïdalement autour de ω_p :

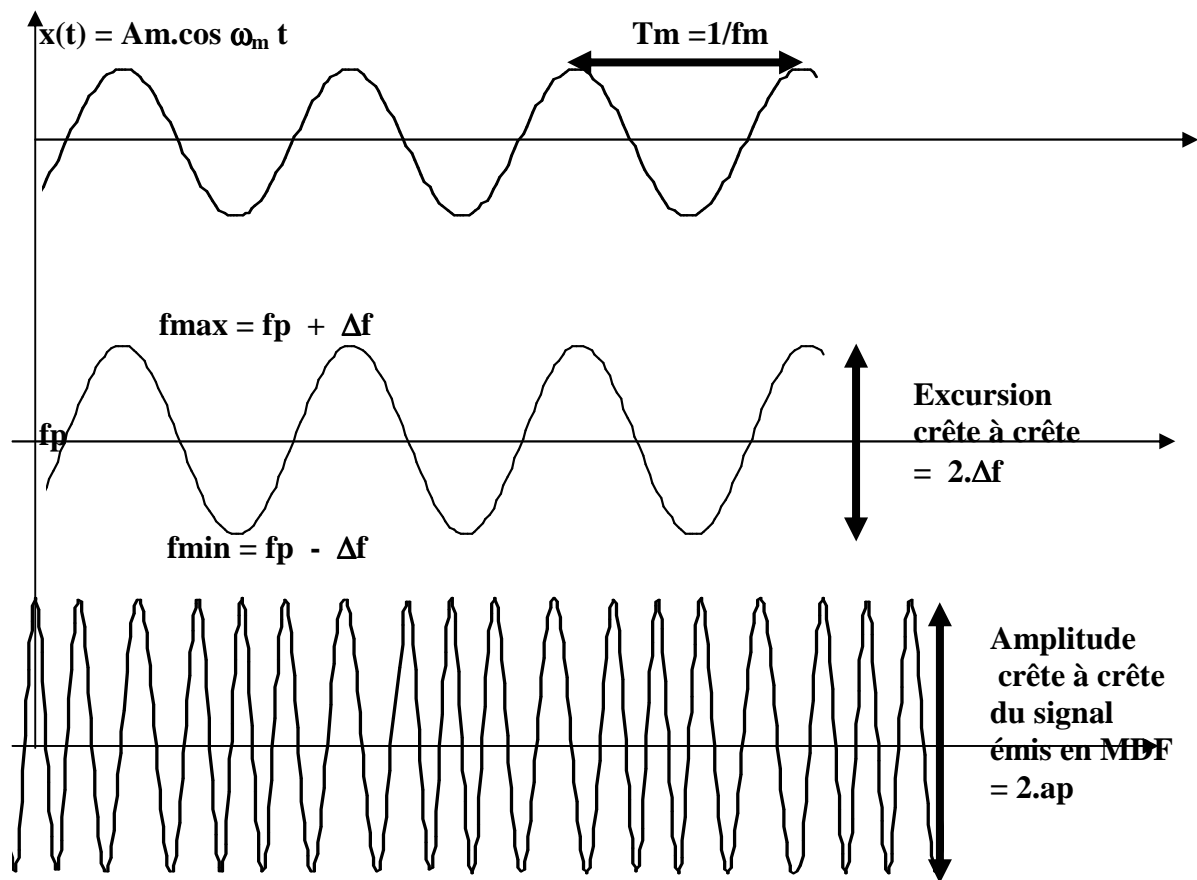
$$\varnothing(t) = \omega_p \cdot t + k \cdot A_m \cdot \sin(\omega_m \cdot t) \text{ avec } \omega_p = 4 \cdot \omega_m \text{ et } \Delta\varnothing = 1 \text{ rad}$$

Enfin la porteuse $y(t) = a_p \cdot \cos \varnothing(t)$, modulée sinusoïdalement en pulsation :

$$y(t) = a_p \cdot \cos \left[\omega_p \cdot t + k \cdot A_m \frac{\sin \omega_m \cdot t}{\omega_m} \right] = a_p \cdot \cos \left[\omega_p \cdot t + m \cdot \sin \omega_m \cdot t \right]$$



Toujours avec $x(t) = A_m \cdot \cos \omega_m t$, mais avec le détail des caractéristiques en fréquence :



Dans le cas du message sinusoïdal l'excursion crête est clairement définie soit en radians / s

$$\Delta \omega = k \cdot A_m \quad (\text{rad/s})$$

Soit en Hz par :

$$\Delta f = k \cdot A_m / 2 \pi \quad (\text{Hz})$$

Les valeurs extrêmes atteintes par la fréquence du signal MDF sont alors :

$f_{\min} = f_p - \Delta f$ et $f_{\max} = f_p + \Delta f$ visibles ci-dessus.

5-4 Le spectre de la modulation de fréquence et la règle de Carson :

Restons dans les conditions du message périodique simple $x(t) = A_m \cos \omega_m t$

Le spectre des amplitudes unilatéral en Volts est centré sur la fréquence moyenne f_p c'est-à-dire sur la fréquence de la porteuse, ou encore appelée fréquence libre du VCO.

Il est constitué de composantes équidistantes de la valeur f_m .

Le nombre de composantes est mathématiquement illimité, en pratique il est réduit aux composantes significatives, données empiriquement par la règle de CARSON : (John Remshaw Carson né en 1922, mis en œuvre la MDF aux USA en 1940)

Cette règle empirique due à Carson ne prend en compte que les composantes dont l'amplitude est supérieure à 10% de l'amplitude de la porteuse non modulée $J_0(0)$.

La règle de Carson donne l'occupation spectrale du canal en MDF en prenant en compte l'essentiel de la puissance (> 90%).

Règle de Carson : Il y a environ $2 \cdot \sup[m]$ composantes significatives.

Ce qui donne une occupation spectrale de la MDF dans le canal, centré sur f_p :

$$OSC_{\text{canal}} \approx 2 \cdot \Delta f + 2 \cdot f_m$$

Les amplitudes relatives des composantes symétriques sont données par les coefficients de Bessel de première espèce $J_i(m)$ où i est le numéro à gauche et à droite de la composante obtenue par des tables ou abaques. (voir en fin de chapitre).

NB ; les coefficients de Bessel interviennent dans les deux relations suivantes :

$$\cos(m \cdot \sin a) = J_0(m) + 2 \cdot J_2(m) \cdot \cos 2a + 2 \cdot J_4(m) \cdot \cos 4a + \dots$$

$$\sin(m \cdot \sin a) = 2 \cdot J_1(m) \cdot \sin a + 2 \cdot J_3(m) \cdot \sin 3a + \dots$$

$$\text{puis avec la relation } \cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

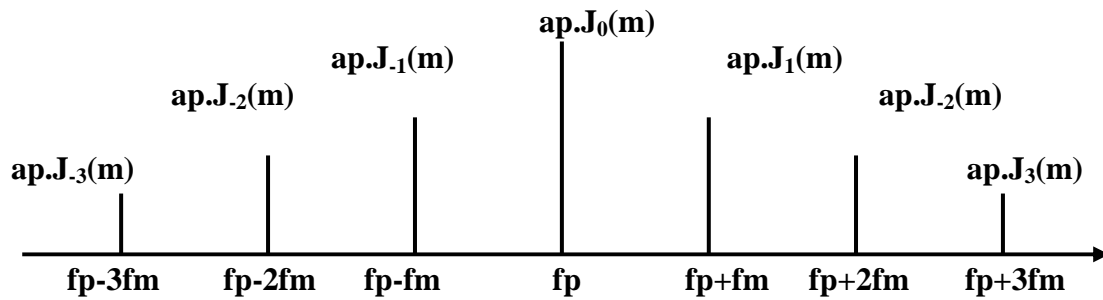
finalement :

$$y(t) = a_p \cdot \cos \left[\omega_p \cdot t + m \cdot \sin \omega_m \cdot t \right] \quad (\text{ap en V})$$

devient :

$$y(t) = a_p \cdot \{ j_0(m) \cdot \cos \omega_p \cdot t + j_1(m) [\cos(\omega_p - \omega_m) \cdot t - \cos(\omega_p + \omega_m) \cdot t] + \\ + j_2(m) [\cos(\omega_p - 2 \cdot \omega_m) \cdot t - \cos(\omega_p + 2 \cdot \omega_m) \cdot t] \\ + j_3(m) [\cos(\omega_p - 3 \cdot \omega_m) \cdot t - \cos(\omega_p + 3 \cdot \omega_m) \cdot t] \dots \}$$

La figure montre l'organisation et la notation des amplitudes des composantes, $a_p \cdot J_i(m)$, toutes proportionnelles à l'amplitude a_p du signal émis en MDF. (voir figure précédente pour l'amplitude).



Dans le spectre, l'amplitude de référence $ap = ap \cdot J_0(m = 0) = ap \cdot J_0(0)$, est celle obtenue lorsque on arrête la modulation, donc lorsque $m = 0$.

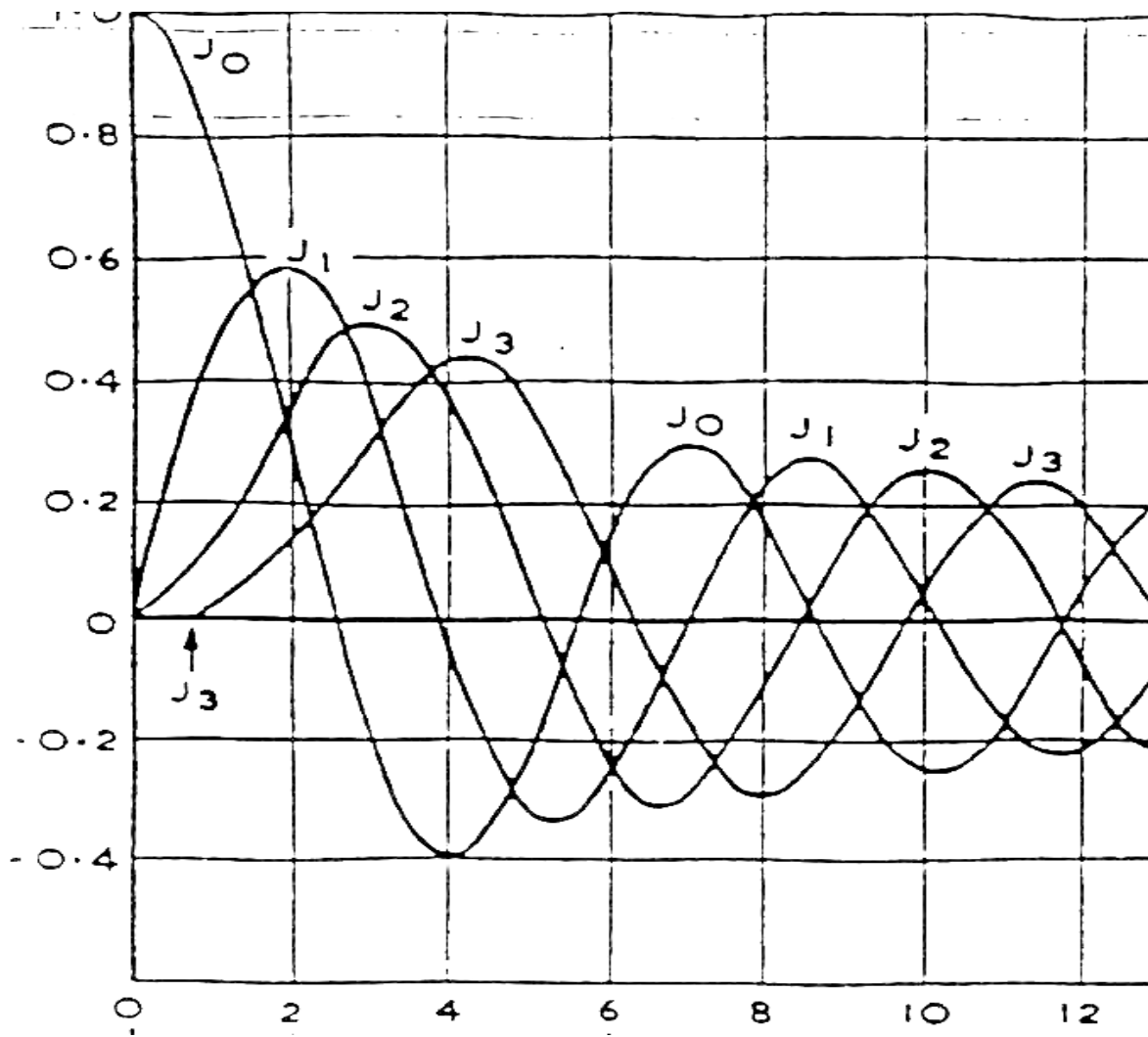
C'est donc aussi l'amplitude du signal modulé en fréquence :

**Il y a lieu d'être très prudent avec les modulation type MDF :
il ne s'agit plus d'une translation de fréquence de valeur + et - f_p .**

En aucun cas la DSPM du message en bande de base ne se retrouve centrée sur la fréquence f_p par simple translation.

Le théorème du changement de fréquence ne s'applique jamais en MDF, contrairement aux modulations type MA, MAPS, MAQ etc.

Le graphe donne les amplitudes réduites par ap des composantes, c'est-à-dire les coefficients de Bessel $J_i(m)$, en fonction de l'indice $m = \Delta f / f_m$.



On constate qu'à faible indice m de modulation (<1) l'occupation spectrale reste modeste comme la modulation type MA ou MAPS de largeur spectrale $2f_{m_{max}}$.

Par contre dès que m croît l'occupation spectrale du canal OSCanal croît comme l'indique la règle de Carson.

La Modulation type MDF est une modulation très encombrante spectralement !

On peut se demander quel est son intérêt, la suite donne l'idée essentielle !

5-5 Les caractéristiques précieuses de la modulation de fréquence :

En transmission hertzienne le récepteur capte le signal utile constitué du canal centré à f_p , mais il capte également l'ensemble des perturbations naturelles et artificielles de l'environnement Electromagnétique. Cet ensemble de perturbations appelé bruit est caractérisé par une densité spectrale de puissance moyenne indépendante de la fréquence, on est en présence de bruit blanc.

Bien entendu un filtrage passe bande sélectionne le canal utile, réduisant la puissance de bruit :

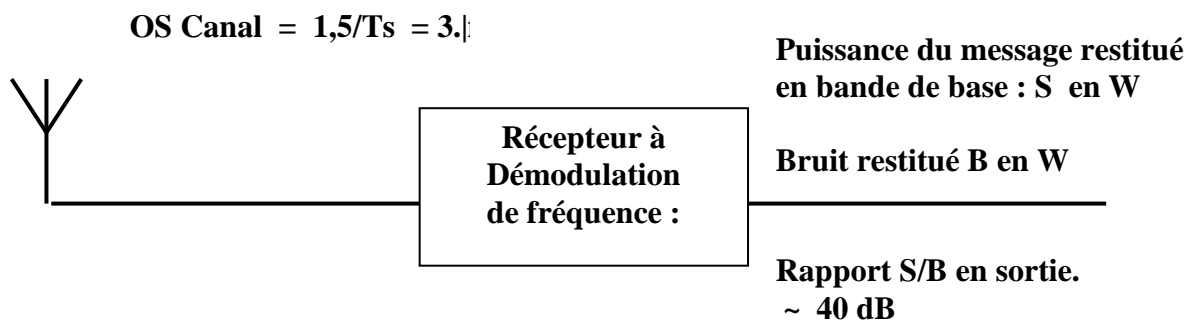
$P_{\text{bruit}} = N = K \cdot T_{\text{eq}} \cdot B_{\text{bruit}}$, exprimée en W.

L'entrée du récepteur reçoit un signal radioélectrique caractérisé par le rapport signal à bruit C/N en W/W ou $10 \log C/N$ en dB.

Ainsi un récepteur classique fonctionnant en MDF par écrêtage fonctionne parfaitement à partir d'un SEUIL du rapport signal à bruit de 10 à 15 dB à l'entrée.

Après traitement classique (changement de fréquence à f_{FI} puis démodulation compatible) le message en bande de base (par exemple sonore stéréo ou mono) est restitué avec un rapport signal à bruit démodulé S/B de l'ordre de 40 dB.

La modulation type MDF améliore grandement la qualité du message malgré un transport radioélectrique perturbé.



La transmission hertzienne par MDF est réputée pour sa grande robustesse vis à vis du bruit ajouté au canal. (paragraphe 5-5)

C'est évidemment ce que l'on paye par une occupation spectrale encombrante.

C'est la raison pour laquelle la MDF est choisie pour la transmission sonore de qualité Deux voies droite et gauche de 30 à 16 000 Hz.

5-6 La Densité spectrale de Puissance Moyenne avec un message aléatoire. Théorème de Woodward.

La DSPM de la MDF par un message $x(t)$ aléatoire, présente un profil identique à la densité de probabilité $f_x(a)$ du message :

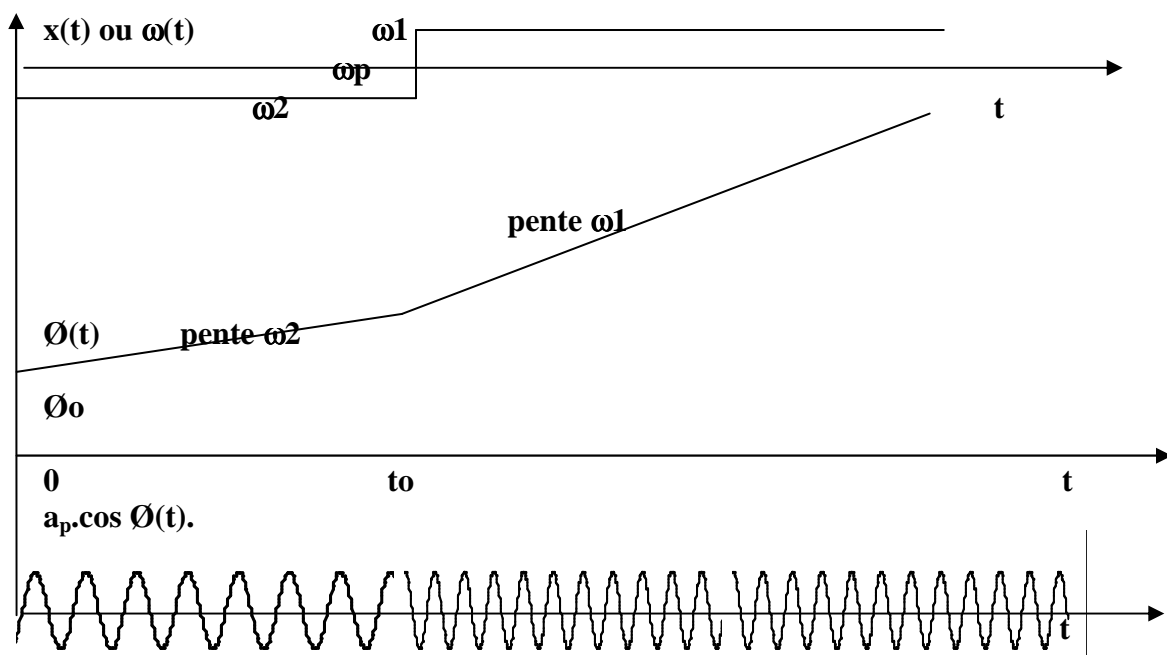
Un message en bande base à densité de probabilité constante (répartition linéaire de $P(a < x)$), fournit en MDF une DSPM(f) constante entre $f_p - k \cdot x_{\text{min}}$ et $f_p + k \cdot x_{\text{max}}$.

5-7 Transport de message binaire par la modulation de fréquence. Modulation Fast Shift Keying ou FSK-2.

Le principe du modulateur reste inchangé : il s'agit encore d'un VCO, qui reçoit maintenant un signal binaire **bivalent** ($T_s = T_b$), à moyenne nulle, au débit $1/T_b$.

Le message est de type binaire ($V = 2$) et définit deux pulsations ω_1 et ω_2 , centrées sur la pulsation ω_p de porteuse.

Illustrons simultanément de manière synchrone le message $x(t)$, la phase $\Phi(t)$ et le signal émis par le VCO $a_p \cdot \cos \Phi(t)$.



$$\Phi(t) = \Phi_0 + \int_0^{t_0} \omega_1 \cdot du + \int_{t_0}^t \omega_2 \cdot du$$

Le symbole de valeur "0" fournit une tension A au VCO qui délivre la fréquence f_1 .
Le symbole de valeur "1" fournit une tension $-A$ au VCO qui délivre la fréquence f_2 .

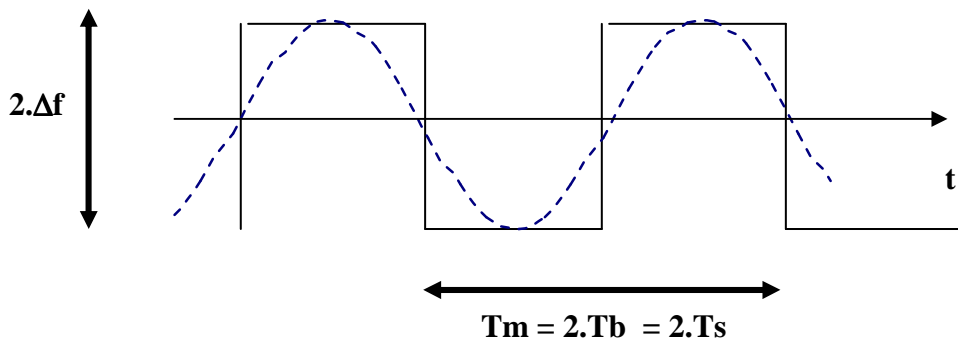
On ne parle plus de l'excursion crête Δf mais du saut de fréquence en valeur absolue.

$$2 \cdot \Delta f = |f_1 - f_2|$$

Définition de l'indice de modulation m en FSK-2.

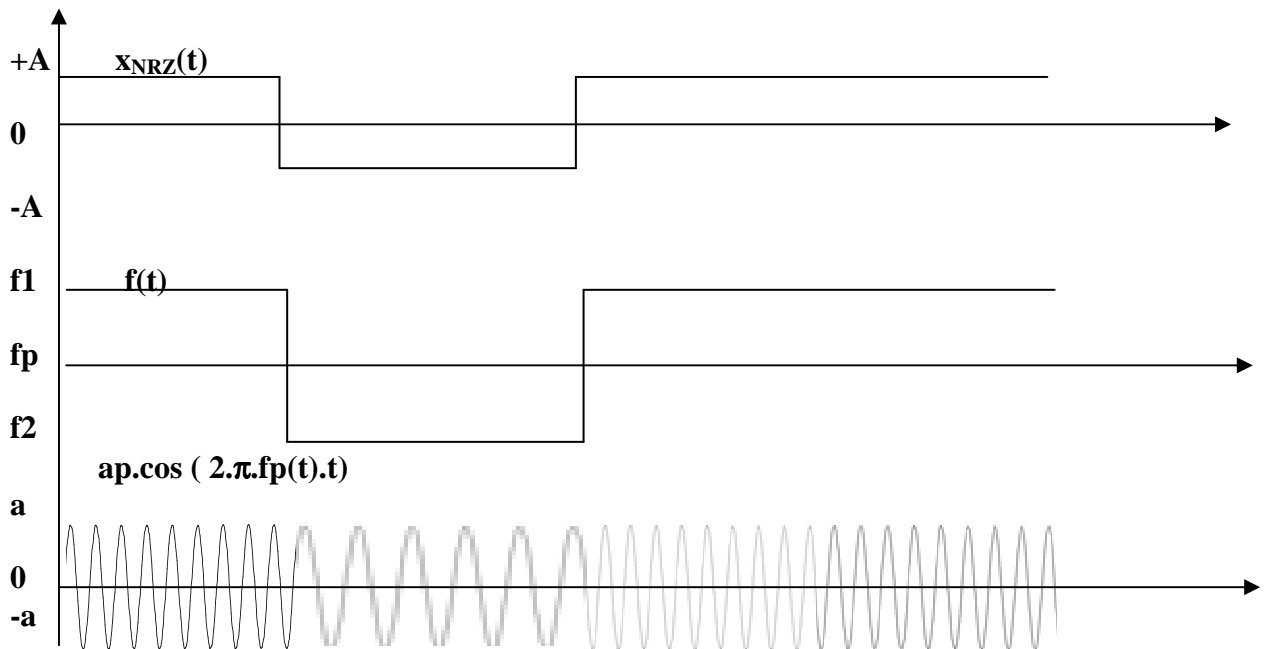
A partir du binaire simpliste de "0" et "1" alternés on définit un débit de symboles ou un débit binaire $D_b = 1/T_b = 1/T_s$.

Par analogie avec la modulation par un message sinusoïdal on définit maintenant l'indice m de modulation en binaire par :
 Avec $(2.T_s = 2.T_b = T_m = 1/f_m)$.



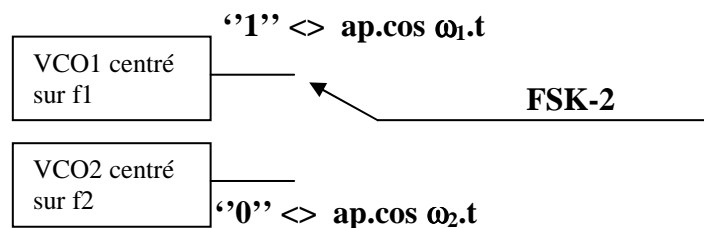
$$m = \Delta f / f_m = \Delta f . T_m = \frac{1}{2} | f_1 - f_2 | . 2.T_b$$

$$m = | f_1 - f_2 | . T_b = | f_1 - f_2 | / D_b$$

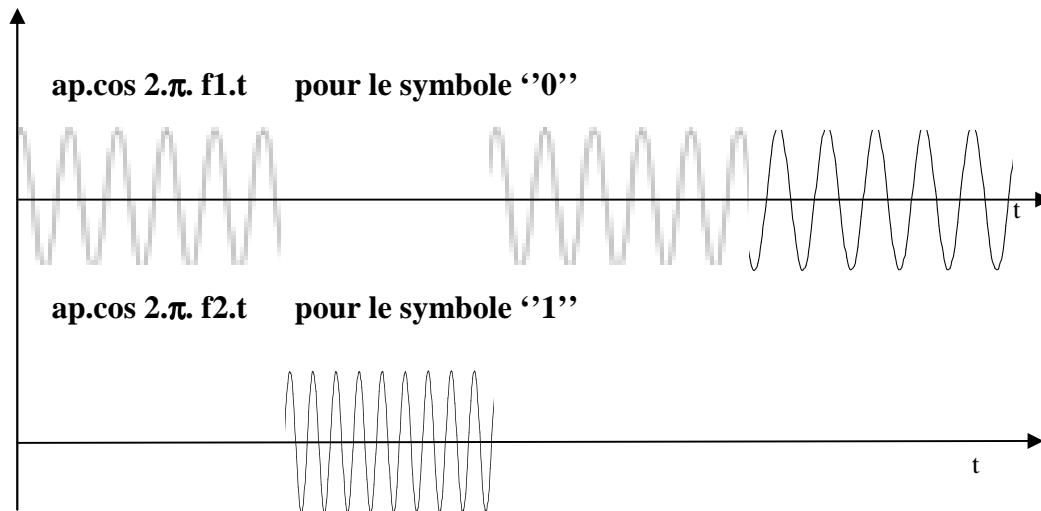


Cette modulation porte le nom de Frequency Shift Keying à deux valeurs, que nous nommerons FSK-2.

On la réalise grâce à deux VCO activés alternativement par la valeur binaire.



Ce qui donne les chronogrammes suivants.



Cette modulation peut être vue comme la somme de deux modulations d'amplitude de type **MA (avec porteuse) à taux de modulation 100%** l'une à la fréquence f_1 et l'autre à la fréquence f_2 .

Le VCO1 fournit : $a \cdot [1 + m \cdot \text{signe}(x_{\text{NRZ}}(t))] \cos \omega_1 \cdot t$ (avec $m = 1$)

Le VCO2 fournit : $a \cdot [1 - m \cdot \text{signe}(x_{\text{NRZ}}(t))] \cos \omega_2 \cdot t$ (avec $m = 1$)

C'est-à-dire tantôt une amplitude $2 \cdot a = a_p$, et tantôt une amplitude nulle, alternativement avec le VCO2. par conséquent l'amplitude du signal modulé en MDF vaut : $2 \cdot a = a_p$

Sachant que la DSPM de $\text{signe}(x_{\text{NRZ}}(t))$ s'exprime par :

$$T_s \cdot (\text{sinc}(\pi \cdot T_s \cdot f))^2$$

Les deux VCO créent les DSPM $S_{11}(f)$ et $S_{22}(f)$ identiques centrée en f_1 ou f_2 .

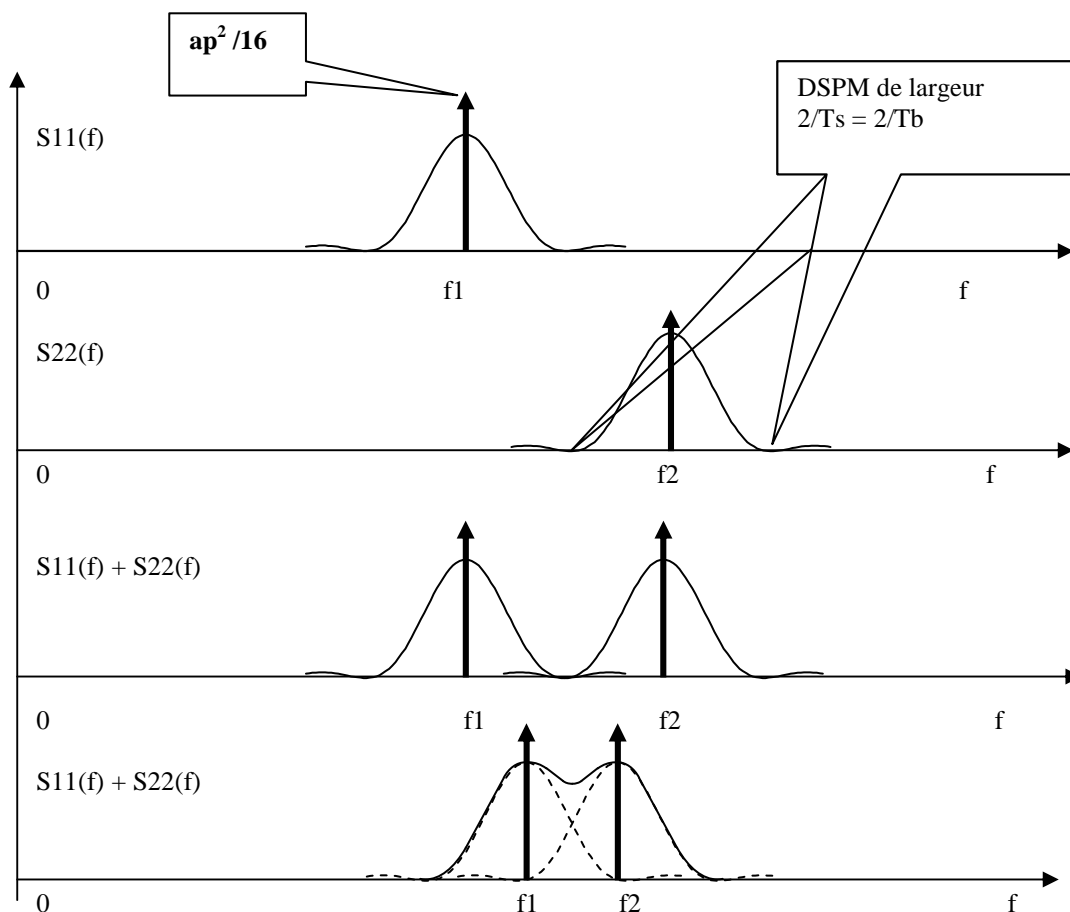
$$S_{11}(f) = \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot \delta(f+f_1) + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot T_s S_{\text{NRZ}}(f+f_1) + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot \delta(f-f_1) + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot T_s S_{\text{NRZ}}(f-f_1)$$

$$S_{22}(f) = \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot \delta(f+f_2) + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot T_s S_{\text{NRZ}}(f+f_2) + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot \delta(f-f_2) + \frac{1}{4} \cdot a^2 \cdot T_s S_{\text{NRZ}}(f-f_2)$$

Soit en revenant à $a_p =$ et par conséquent à $\frac{1}{4} \cdot a^2 = (a_p^2)/16$

$$S_{11}(f) = (a_p^2)/16 \cdot [\delta(f+f_1) + T_s S_{\text{NRZ}}(f+f_1) + \delta(f-f_1) + T_s S_{\text{NRZ}}(f-f_1)]$$

$$S_{22}(f) = (a_p^2)/16 \cdot [\delta(f+f_2) + T_s S_{\text{NRZ}}(f+f_2) + \delta(f-f_2) + T_s S_{\text{NRZ}}(f-f_2)]$$



Représentation droite de DSPM bilatérale en W/Hz ou V²/Hz.

L'aire calculée sur l'axe f de la fonction $T_s \cdot (\text{sinc}(\pi \cdot T_s \cdot f))^2$ vaut 1

L'aire en bilatéral (dirac et sincar) de

$$S_{11}(f) = (a_p^2)/16 \cdot [\delta(f+f_1) + T_s S_{NRZ}(f+f_1) + \delta(f-f_1) + T_s S_{NRZ}(f-f_1)]$$

Vaut donc $4 \cdot (a_p^2)/16 = (a_p^2)/4$ en V²

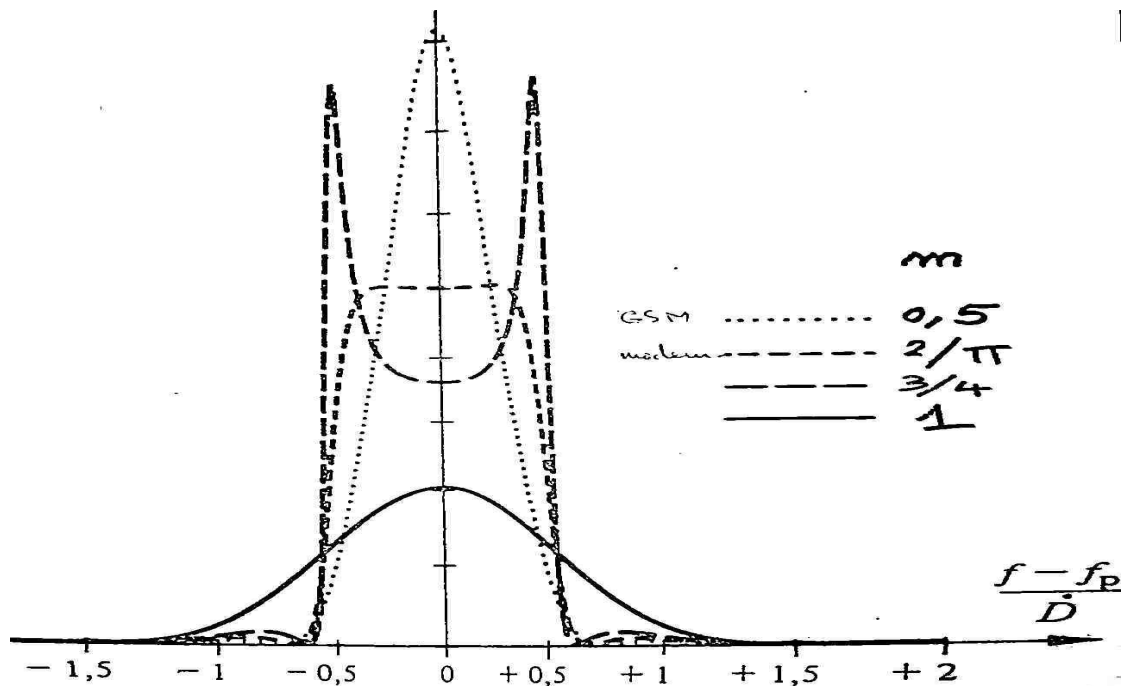
Et idem pour S₂₂(f) on obtient finalement une puissance moyenne totale pour le signal MDF :

$\langle P(1\Omega) \rangle = a_p^2 / 2$ (en V²) ce qui est vérifié de manière évidente pour un signal type FSK-2 à amplitude constante a_p.

La densité spectrale résultante S₁₁(f) + S₂₂(f), somme des deux, présente un profil dépendant de l'écart des porteuses | f₁ - f₂ |.

Lorsque m décroît les porteuses à f_1 et f_2 se rapprochent pour donner un quasi plateau notamment pour $m = 2/3$.

Pour cette valeur particulière le spectre est plat à flan raide presque rectangulaire avec très peu de remontées, cette valeur d'indice est très souhaitable :

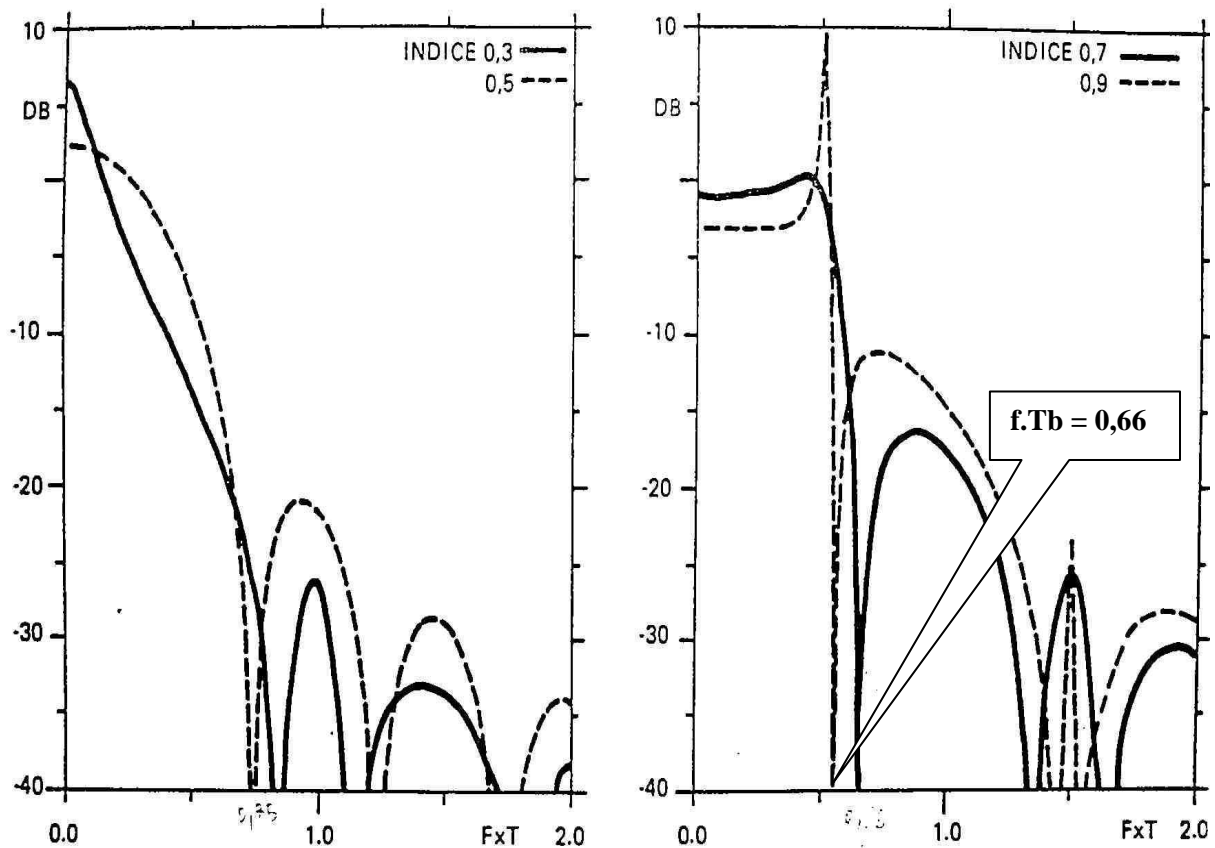


5-8 Le cas particulier des modems téléphoniques d'indice $m = 2/3$.

La valeur de l'indice m est fixée à $2/3$ pour les modems classiques sur boucle locale d'abonnés dans la bande 300 à 3400 Hz du POTS (plain old telephone service) :
Ce sont les modems définis par l'avis CCITT V21 et V23.

On peut vérifier la forme compacte et quasi rectangulaire du spectre sur la figure de droite en trait plein.

Le 0 de l'abscisse est la fréquence centrale, la graduation de fréquence est réduite par $f \cdot T_b$.



L'occupation spectrale se limite à $0,66 / T_s$ (donc $\# m / T_s$) à droite et à gauche de la fréquence centrale, ce qui donne un canal de largeur $\# 2.m / T_s$.
 Et comme $1/T_b = 1/T_s = (1 / m).| f_1 - f_2 | = 1,5 | f_1 - f_2 |$

L'occupation spectrale du canal FSK-2 vaut donc $\# 2.m. (1 / m).| f_1 - f_2 | = 2. | f_1 - f_2 |$

Avec une occupation spectrale de canal $2. | f_2 - f_1 |$ le débit spécifique ou efficacité spectrale devient :

$$\text{Vaut } D_{\text{SPE}} = \frac{\frac{1}{T_b}}{2. | f_2 - f_1 |} = \frac{1/T_b}{2.m/T_s} = \frac{1}{2} \frac{3}{2} = 0,75 \text{ bits/s}$$

Notion sommaire de duplexage spatial.

Ces modems très classiques, aux avis CCITT V21 et V23, permettent l'échange "duplex" grâce à un duplexeur à chaque extrémité.

Ce sont des duplexeurs de type deux fils/quatre fils.

Coté "2 fils" c'est la ligne d'abonné, munie des ses transformateurs, pour le transport "longue distance" indépendant des masses locales ou terres locales.

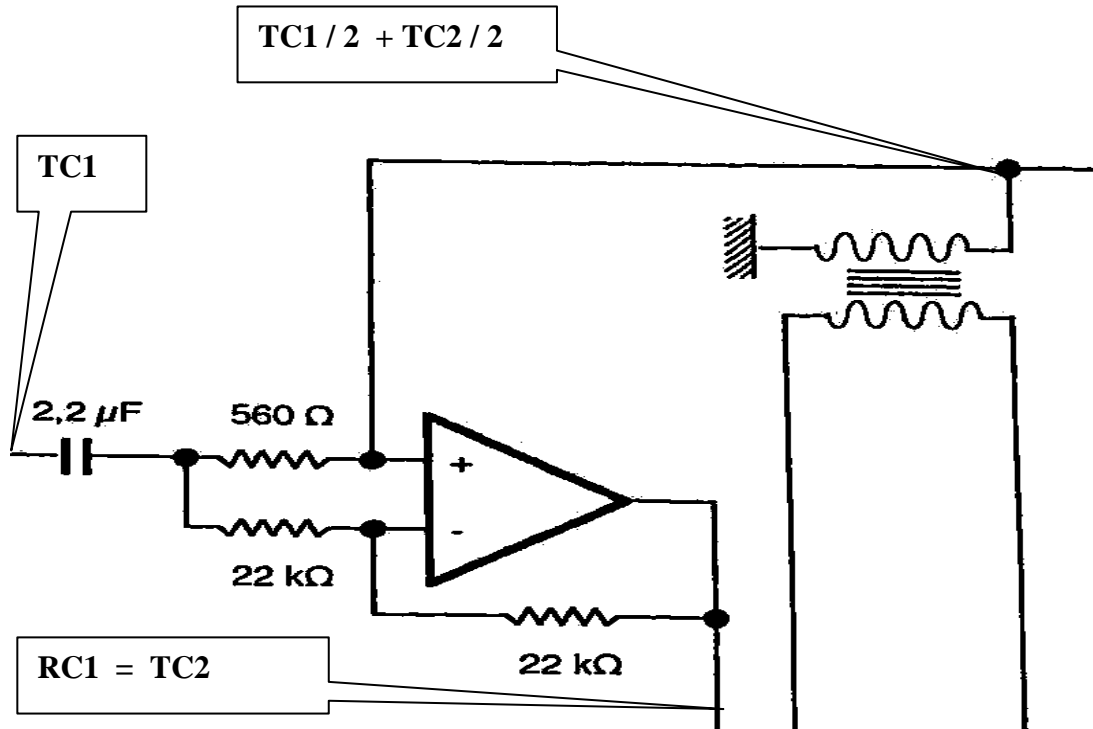
Coté "4 fils" : les deux bornes du MOdulateur (TC et masse locale) et les deux bornes du (DEModulateur) (RC et masse locale).

Coté 1 comprenant ETCD1 et MODEM1
Coté 2 comprenant ETCD2 et MODEM2

De la symétrie parfaite de l'ensemble du circuit de données, il résulte la réciprocité suivante :

Signal reçu en RC1 = signal émis par TC2

Signal reçu en RC2 = signal émis par TC1

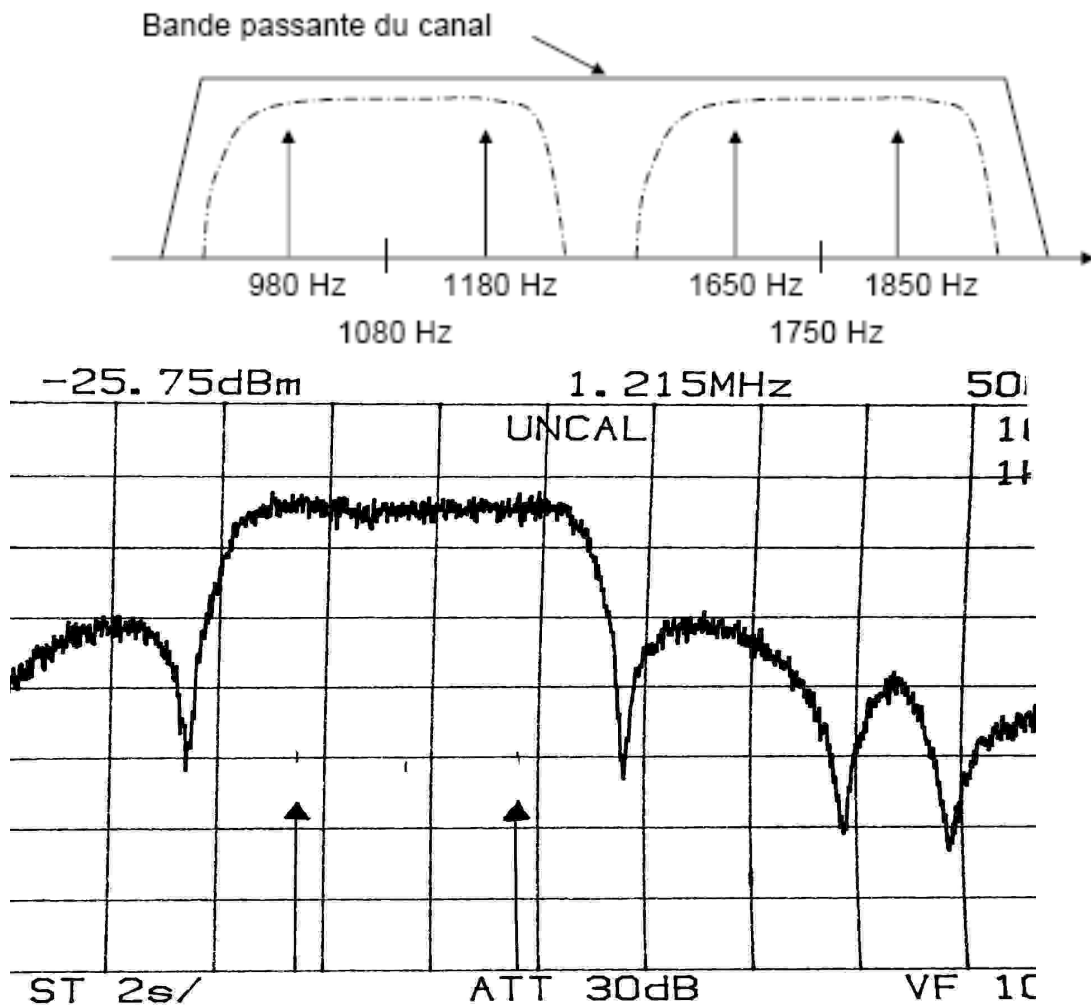


(Excellent petit exercice sur l'AO idéal et la source de Thevenin.)

Ceci est l'ancêtre du supprimeur d'écho local et lointain réalisé maintenant par DSP.

Le tableau suivant résume les caractéristiques des avis V21 et V23.

modem	V21	V23	V23	V23
Débit	300 bits/s	1200 bits/s "main"	600 bits/s "main"	75 bits/s "back"
Liaison	Full duplex			
Saut de fréquence $ f_2 - f_1 $	200 Hz	800 Hz	400 Hz	
Porteuse canal bas. Ou canal "back"	1080 Hz			420 Hz
Porteuse canal haut. Ou canal "main"	1750 Hz	1700 Hz	1700 Hz	
Indice m.	200Hz/300bits/s = 2/3	2/3	2/3	
OSCanal.	$2 \cdot f_2 - f_1 $ = 400 Hz	$2 \cdot f_2 - f_1 $ = 1600 Hz	$2 \cdot f_2 - f_1 $ = 800 Hz	
Efficacité spectrale.	0,75 bits/s	0,75 bits/s	0,75 bits/s	



Exemple de spectre avec $m = 2/3$, $|f_2 - f_1| = 102 \text{ kHz}$ et $D_b = 153 \text{ kbits/s}$

5-8 Le cas de la téléphonie mobile Group Special Mobile.

C'est une modulation définie à partir de la modulation de fréquence (FSK-2) avec un indice $m = 0,5$ nommée **Minimum Shift Keying** ou **MSK**.

Les symboles sont filtrés par un passe bas de type gaussien.

On obtient une Gaussian Minimum Shift Keying ou **GMSK**.

Le débit D_b des canaux de téléphonie mobile est fixé à **270,833 kbits/s**.

Notons que à D_b constant on diminue le saut de fréquence $|f_1 - f_2|$ en passant de $2/3$ à $1/2$.

Le spectre s'arrondit et se rétrécit autour de la fréquence centrale.

Le spectre montre un lobe principal limité par $f_p - 0,75/T_b$ et $f_p + 0,75/T_b$, soit une occupation spectrale du canal qui atteint $1,5 / T_b$.

Sachant que $m = |f_1 - f_2| \cdot T_b = |f_1 - f_2| \cdot T_s$ soit $|f_1 - f_2| = m \cdot D_b = m/T_b = 135,4 \text{ kHz}$.

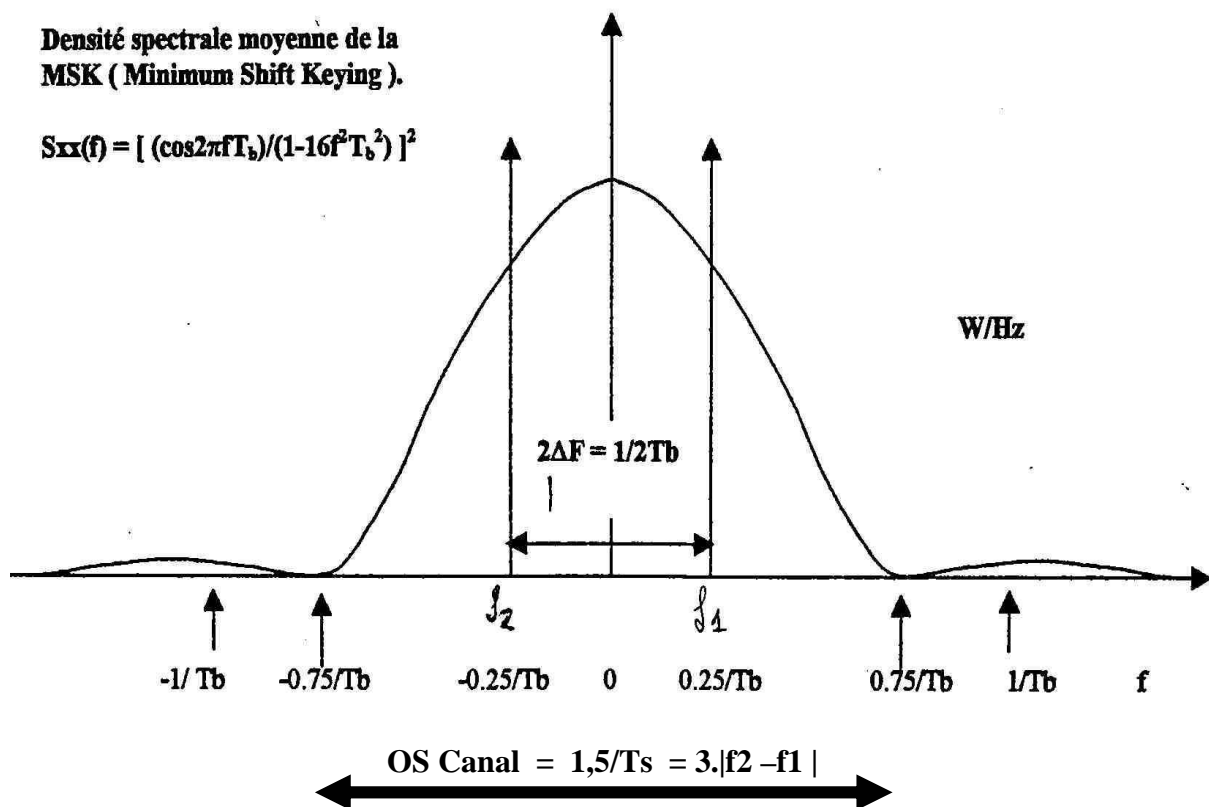
On obtient l'OScanal qui vaut $1,5 / T_s = 1,5 |f_1 - f_2| / m = 3 \cdot |f_1 - f_2|$

Ainsi le lobe principal est limité à $3 \cdot |f_1 - f_2|$ soit 406 kHz pour l'OScanal.

Avec l'indice de modulation à $0,5$ c'est-à-dire pour la MSK, l'efficacité spectrale vaut :

$$D_{\text{SPE}} = \frac{\frac{1}{T_b}}{3 \cdot |f_2 - f_1|} = \frac{\frac{1}{T_b}}{3 \cdot m / T_s} = \frac{1}{3 \cdot m} = \frac{2}{3} = 0,67 \text{ bits/s}$$

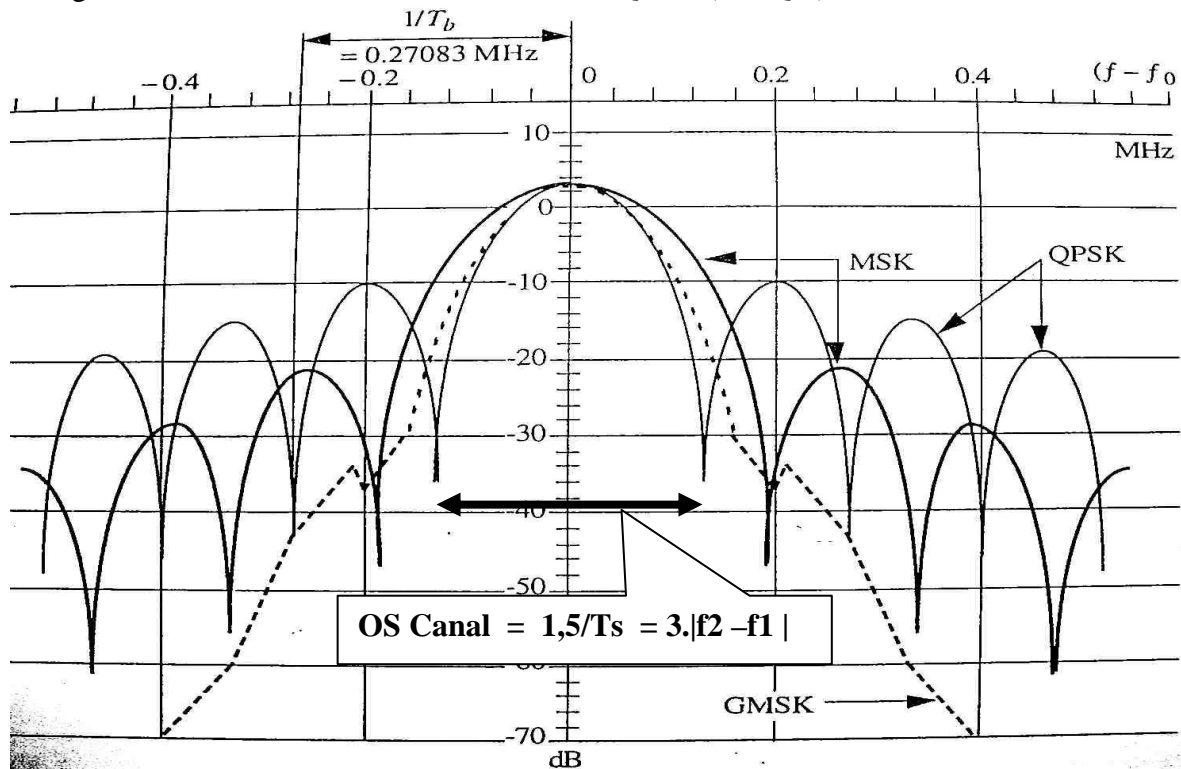
Le spectre suivant résume l'ensemble des propriétés.



Après filtrage passe bas de type gaussien, coupant à 3dB à $0,3 / T_s$ (dit à $BT = 0,3$), le canal est réduit à 200 kHz (rejection adjacente à 13dB).

L'efficacité spectrale de la GMSK passe de 0,67 bits/s à 1,35 bits/s.

La figure suivante montre les différences entre QPSK (MAQ-4), MSK et GMSK.



Ci-dessous une DSPM(f) de modulation GMSK au débit normalisé 270,833 kbits/s et un filtrage gaussien avec $B \cdot T_s = 0,3$.

